I – CAMBIO DE SENTIDO DE UN PROBLEMA

1. Convierta los siguientes problemas de Programación Lineal a problemas de maximización o minimización según sea el caso.

a)

$$
\begin{array}{ll}
min & z = -8x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 5x_4 \\
s.a. & \\
 & -x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 \leq 6 \\
 & 2x_1 - x_2 - 8x_3 \geq 10 \\
 & x_2 + 4x_3 - 7x_4 \geq 8 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{array}
$$

b)

$$
\begin{array}{ll}
max & z = -4x_1 - x_2 - 2x_3 \\
s.a. & \\
 & -4x_1 - x_2 - x_3 \geq 6 \\
 & x_1 - 11x_2 \leq 10 \\
 & x_2 - x_3 \leq 8 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{array}
$$

II - FORMA CANÓNICA Y FORMA ESTÁNDAR

1. Plantee los siguientes problemas de Programación Lineal en su forma canónica y su forma estándar.

a)
$$\begin{aligned} max \quad & z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ s.a. \quad & \\ & x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ & x_1 - 2x_2 = 7 \\ & 2x_1 + x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ libre} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} min \quad & z = 2x_1 + x_2 + 8x_3 \\ s.a. \quad & \\ & 2x_1 + x_2 - 7x_3 \leq 10 \\ & 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 9 \\ & 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 3 \\ & |8x_1 + 9x_2 + 5x_3| \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} max \quad & z = 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 \\ s.a. \quad & \\ & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & 3x_1 + x_2 - x_3 \geq 3 \\ & 2x_1 + x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ libre} \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} max \quad & z = 5x_1 + x_2 - x_3 \\ s.a. \quad & \\ & x_1 + x_3 \leq 7 \\ & 9x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ & -7x_2 + 4x_3 \geq 14 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} max \quad & z = 4x_1 - 5x_2 \\ s.a. \quad & x_1 + 4x_2 \geq 2 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ libre} \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} min \quad & z = -3x_1 + 2x_2 \\ s.a. \quad & \\ & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & 3x_1 + x_2 - x_3 \geq 3 \\ & 2x_1 + x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ libre} \end{aligned}$$

III - REPRESENTACIÓN MATRICIAL

1. Dados los siguientes problemas de programación lineal, identifique la matriz de coeficientes A, el vector de costos c y el vector de recursos b.

a)
$$\begin{array}{ll} max & z = -x_1 - 5x_2 - x_3 + 6x_4 \\ s.a. & \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \\ & x_1 + x_2 + 9x_3 = 4 \\ & x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} min & z = 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 \\ s.a. & \\ & 7x_1 - 2x_2 - 8x_3 = 15 \\ & -3x_1 - 16x_2 = 1 \\ & x_2 + x_3 = 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{ll} max & z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 \\ s.a. & \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 10 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ll} min & z = -3x_1 + 2x_2 \\ s.a. & \\ & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 15 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

2. Dada la matriz de coeficientes, el vector de costos y el vector de recursos, construya un problema de programación lineal de la forma

$$\begin{array}{ll} max & z = cx \\ s.a. & \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

a)
$$A = \begin{pmatrix} -3 & -9 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$c = (-6,5)$$

b)
$$A = \begin{pmatrix} 21 & -1 & -11 & 7 \\ -10 & 20 & 40 & 0 \\ -13 & 8 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$c = (-9,5,6,2)$$

IV - MODELADO DE PROBLEMAS

Dados los siguientes enunciados, construya un problema de programación lineal que modele el problema.

1- Un agricultor tiene un terreno en el que cosecha papas y calabazas. Para su siguiente cosecha quiere utilizar al menos 4 hectáreas de su terreno. Cada hectárea de cultivo de papas requiere 20 horas máquina y 100kg de abono, y cada hectárea de cultivo de calabazas necesita 10 horas de maquinaria y 300kg de abono, pero esta temporada el agricultor cuenta con 180 horas de maquinaria y 2400kg de abono. Además, el agricultor quiere que el número de hectáreas que se dediquen al cultivo de calabazas sea mayor o igual que el número de hectáreas que se dediquen al cultivo de papas. Si el agricultor obtiene $3,000 USD por cada hectárea de cultivo de papas y $1500 USD por cada hectárea de cultivo de calabazas, ¿cuántas hectáreas debería dedicar a cada cultivo para maximizar su utilidad?

2- En un restaurante se necesita preparar un ponche frutas de al menos 500 galones que sea al menos 20% jugo de naranja, 10% jugo de toronja y 5% jugo de arándano. El restaurante tiene en su inventario 5 tipos de bebidas que contienen estos ingredientes en diferentes cantidades. En la tabla se muestra el porcentaje que de cada jugo que contiene, así como el inventario con el que dispone el restaurante y el costo por galón.

¿Qué cantidad de cada bebida debe utilizar para preparar el ponche con un costo total mínimo?

	Jugo de Naranja	Jugo de Toronja	Jugo de Arándano	Costo por Galón	Disponibilidad
Bebida A	40 %	40 %	0 %	$ 1.50	200 gal
Bebida B	5 %	10 %	20 %	$ 0.75	400 gal
Bebida C	100 %	0 %	0 %	$ 2.00	100 gal
Bebida D	0 %	100 %	0 %	$ 1.75	50 gal
Bebida E	0 %	0 %	0 %	$ 0.25	800 gal

3- Una empresa de Rústicos fabrica entre muchos otros productos tres tipos de sillas A, B y C, las cuales se venden a precio de 11, 13, 12 $ c/u respectivamente. Las sillas pasan por tres procesos, para lo cual disponen de máximo de 17, 13 y 15 horas respectivamente a la semana. La A requiere 3hrs de corte, 1 hora para ensamblado y 3 horas de pintura. La silla B requiere 1 hora para corte, 4 horas para ensamblado y 3 horas de pintura. Y finalmente la silla tipo C, requiere 5 horas para corte, 2 para ensamblado y 2 horas para pintura. La empresa busca maximizar sus ganancias.

V - MÉTODO GRÁFICO

1. Dados los siguientes problemas de programación lineal:
    - Dibuje la región de soluciones factibles.
    - Identifique si la región es vacía o no.
    - Identifique si la región es acotada o no acotada.
    - Encuentre geométricamente el óptimo del problema.

a)
$$
\begin{array}{ll}
max & z = x_1 - x_2 \\
s.a. & \\
 & -x_1 + 3x_2 \leq 0 \\
 & -3x_1 + 2x_2 \geq -3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

b)
$$
\begin{array}{ll}
max & z = 3x_1 + 2x_2 \\
s.a. & \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 2 \\
 & 3x_1 + 4x_2 \geq 12 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

c)
$$
\begin{array}{ll}
min & z = 0.4x_1 + 0.6x_2 \\
s.a. & \\
 & x_1 + 2x_2 \geq 2 \\
 & 2x_1 + 2x_2 \geq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

d)
$$
\begin{array}{ll}
min & z = 1.5x_1 + 3x_2 \\
s.a. & \\
 & x_1 + 2x_2 \geq 7 \\
 & 3x_1 - 4x_2 \leq 14 \\
 & x_1 + x_2 \geq 5 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

e)
$$
\begin{array}{ll}
max & z = 4.5x_1 + 5x_2 \\
s.a. & \\
 & 6x_1 + 7x_2 \leq 75 \\
 & 4x_1 + 5x_2 \leq 50 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

f)
$$
\begin{array}{ll}
max & z = 8x_1 + 10x_2 \\
s.a. & \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 20 \\
 & x_1 + x_2 \leq 15 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

VI - SOLUCIONES BÁSICAS

1. Identifique todas las posibles bases de los siguientes problemas de programación lineal. Para cada una de ellas determine:
   - Las variables básicas
   - Las variables no básicas
   - La solución que genera la base
   - Si la solución es factible
   - El valor objetivo

a)

$$\begin{aligned} &\min \quad z = x_1 + x_2 \\ &s.a. \\ &\qquad x_1 + 2x_2 \le 4 \\ &\qquad x_1 \le 1 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} &\max \quad z = 2x_1 + 3x_2 \\ &s.a. \\ &\qquad x_1 + x_2 \le 2 \\ &\qquad 2x_1 - x_2 \le 3 \\ &\qquad x_1 + 3x_2 \le 5 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} &\min \quad z = -5x_1 - 5x_2 \\ &s.a. \\ &\qquad 3x_1 + 5x_2 \le 30 \\ &\qquad x_1 + 5x_2 \le 20 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} &\max \quad z = x_1 + x_2 \\ &s.a. \\ &\qquad 5x_1 + 8x_2 \le 4000 \\ &\qquad 2x_1 + x_2 \le 400 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} &\max \quad z = 2x_1 + 4x_2 \\ &s.a. \\ &\qquad x_1 + x_2 \ge 5 \\ &\qquad 6x_1 + 2x_2 \ge 12 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned} &\min \quad z = 5x_1 + 3x_2 \\ &s.a. \\ &\qquad x_1 + x_2 \le 10 \\ &\qquad 3x_1 + 2x_2 \le 15 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

VII - MÉTODO SIMPLEX

1. Encuentre el óptimo de los siguientes problemas de programación lineal utilizando el método **Simplex Tabular**.

a)
$$\begin{array}{ll} max & z = 3x_1 + 2x_2 \\ s.a. & \\ & 2x_1 + 5x_2 \leq 35 \\ & -3x_2 + 2x_2 \geq -18 \\ & 2x_1 + 4x_2 \leq 26 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} max & z = 3x_1 + 4x_2 + 1.5x_3 \\ s.a. & \\ & -x_1 - 2x_2 \geq -10 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{ll} max & z = 2x_1 + x_2 \\ s.a. & \\ & x_1 + x_2 \leq 9 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ll} max & z = 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ s.a. & \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 30 \\ & 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 45 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

2. Dado el siguiente problema de programación lineal, obtenga la solución óptima y el valor de la función objetivo. Si existen empates, rómpalos con la regla lexicográfica.

$$\begin{array}{ll} min & z = 3x_1 + 2x_2 \\ s.a. & \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 0 \\ & x_1 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

3. Dado el siguiente problema de programación lineal, obtenga la solución óptima y el valor de la función objetivo.

$$\begin{array}{ll} max & z = 2x_1 + x_2 \\ s.a & \\ & x_1 - x_2 \leq 10 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 40 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

4- Dado el siguiente problema de programación lineal, obtenga la solución óptima y el valor de la función objetivo. Determine si el problema tiene múltiples soluciones óptimas, y de ser así, encuéntrelas.

$$
\begin{array}{ll}
max & z = 3x_1 + 2x_2 \\
s.a & \\
 & x_1 + x_3 = 4 \\
 & 2x_2 + x_4 = 12 \\
 & 3x_1 + 2x_2 + x_5 = 18 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{array}
$$

VIII - MÉTODO DE LA GRAN M

1. Encuentre el óptimo de los siguientes problemas de Programación Lineal utilizando el método de **La Gran M**.

a)
$$\begin{aligned} &min \quad z = 4x_1 + 4x_2 + x_3 \\ &s.a. \\ &\quad 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ &\quad 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ &\quad 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 3 \\ &\quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} &min \quad z = 3x_1 + 8x_2 \\ &s.a. \\ &\quad x_1 + 4x_2 \geq 3.5 \\ &\quad x_1 + 2x_2 \geq 2.5 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} &min \quad z = 2x_1 - 3x_2 \\ &s.a. \\ &\quad x_1 + x_2 \leq 3 \\ &\quad 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ &\quad x_1 \geq 0, x_2\ libre \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} &min \quad z = 600x_1 + 400x_2 \\ &s.a. \\ &\quad 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ &\quad 6x_1 + x_2 \geq 12 \\ &\quad x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} &min \quad z = 2x_1 + 3x_2 \\ &s.a. \\ &\quad 2x_1 + x_2 \geq 1 \\ &\quad x_1 + x_2 \leq 10 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} &min \quad z = 2x_1 + 3x_2 \\ &s.a. \\ &\quad 0.5x_1 + 0.25x_2 \leq 4 \\ &\quad x_1 + 3x_2 \geq 20 \\ &\quad x_1 + x_2 = 10 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

IX - DUALIDAD

1. Dados los siguientes Problemas Primales de Programación Lineal, encuentre sus respectivos Problemas Duales.

a)
$$\begin{array}{ll} max & z = 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \\ s.a & \\ & x_1 - x_2 + x_3 \geq 3 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 10 \\ & x_1 + x_3 = 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \; libre \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} max & z = x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \\ s.a & \\ & x_1 + 2x_3 - x_4 \geq 10 \\ & x_1 + x_3 - x_4 \leq 30 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0, x_4 \; libre \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{ll} min & z = 3x_1 + 4x_2 \\ s.a & \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 8 \\ & 3x_1 + x_2 = 15 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ll} min & z = 4x_1 - 10x_2 + 8x_3 \\ s.a & \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 30 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 20 \\ & 3x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ & x_1 - x_2 - x_3 \leq 10 \\ & x_1 \geq 0, x_2, x_3 \; libre \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{ll} max & z = x_1 + 2x_2 - 2x_3 \\ s.a & \\ & 2x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 1 \\ & 4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \; libre \\ & . \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{ll} min & z = x_1 - 2x_2 + x_4 \\ s.a & \\ & -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ & 2x_1 - x_3 + x_4 \leq 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 15 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0 \end{array}$$

2. Encuentre el óptimo de los siguientes problemas de Programación Lineal utilizando el método **Simplex Dual**.

$$\begin{array}{ll} min & z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \\ s.a & \\ & 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 3 \\ & -3x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 6 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

X - PROBLEMAS DE ASIGNACIÓN

1. **a)** Formule el modelo matemático para el problema de asignación dadas los siguientes beneficios.
   b) Use el método húngaro para resolver el problema formulado en a).

	T1	**T2**	**T2**	**T4**
M1	9	21	23	8
M2	22	19	19	13
M3	23	12	19	18
M4	11	16	8	20

2. Escribe los cambios que habría en el modelo si M2 puede realizar las tareas 2 y 3
3. **a)** Plantea el siguiente problema de asignación.
   b) Use el método húngaro para resolver el problema planteado

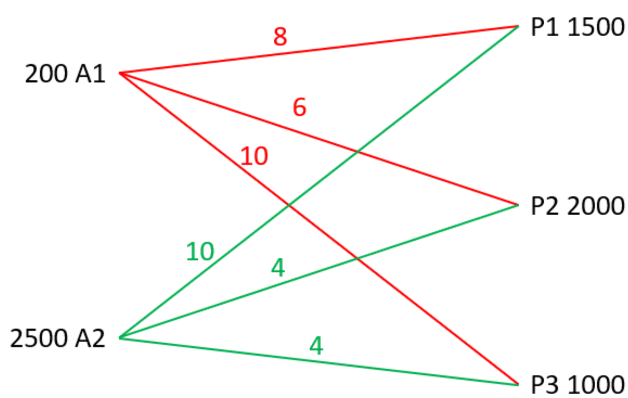
Un turista nacional planea salir el fin de semana a la isla de Ometepe. Hay cuatro artículos que desea llevar consigo, pero entre todos sobrepasan los 5kg que considera puede cargar. El peso y el valor de cada artículo es:

Artículo	1	2	3	4
Peso	2	3	4	5
Valor	3	4	5	6

XI - PROBLEMAS DE TRANSPORTE

1- Para cada problema formule el problema de transporte y resolver usando el algoritmo de la esquina noroeste.

a) Supongamos que una empresa productora de barras de pan tiene dos almacenes A1 y A2 desde los cuales debe enviar pan a tres panaderías P1, P2 y P3. Las ofertas, las demandas y los costes de envió se dan en el siguiente diagrama.



b) Una empresa produce un único artículo en tres plantas, A1, A2 y A3. La capacidad de producción mensual de la empresa está limitada a 1500 unidades mensuales en cada una de las plantas. La empresa tiene 4 clientes mayoristas cuyas demandas mensuales son 1000, 1200, 1500 y 1000 unidades respectivamente.

	C1	**C2**	**C3**	**C4**
A1	30	10	25	20
A2	15	25	30	10
A3	20	30	15	20