I – ESPACIO MUESTRAL

1. Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que resultan. Si x es igual al resultado en el dado verde e y es el resultado en el dado rojo, describa el espacio muestral S
   a) mediante la lista de los elementos (x, y);
   b) por medio del método de la regla
2. ¿Cuántos números pares de cuatro dígitos se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 5, 6 y 9, si cada dígito se puede usar sólo una vez?
3. En un año se otorgará uno de tres premios (a la investigación, la enseñanza y el servicio) a algunos de los estudiantes, de un grupo de 25, de posgrado del departamento de estadística. Si cada estudiante puede recibir un premio como máximo, ¿cuántas selecciones posibles habría?
4. En una mano de póquer que consta de 5 cartas encuentre la probabilidad de tener 2 ases y 3 jotas.
5. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un total de 7 u 11 cuando se lanza un par de dados?
6. En un partido de fútbol hubo 6 goles en el marcador final. ¿Cuántas historias distintas de marcadores llevan a un marcador final donde hay 3 goles?
7. ¿Cuál es el espacio muestral del tiempo de duración de una batería? ¿Cuál sería el subconjunto del espacio muestral si durase entre 5 y 6 años?
8. La novela Rayuela del escritor argentino Julio Cortázar contiene 65 capítulos que aparentemente pueden ser leídos en cualquier orden. ¿De cuántas formas distintas puede ser leída esta novela?
9. En un juego de lotería se pide adivinar los 6 números que serían escogidos al azar dentro de un conjunto {1,2, …,49}.
   a. ¿Cuál es el total de arreglos con los cuales un jugador puede participar en el juego?
   b. Si se establece que el segundo lugar se dará a quien acierte a 5 de los 6 números seleccionados. ¿Cuántos segundos lugares puede haber para un arreglo dado de seis números?

II – PROBABILIDADES

1. Si se lanzan 2 dados equilibrados, cada uno de 6 caras, cuál es la probabilidad de:
    a. Que la suma de ambos sea 4
    b. La diferencia de estos sea 0
    c. Al menos 1 de los dados caiga en 1
2. Si S={1,2, 3,4, 5, 6, 7, 8, 9} A = {1, 3, 5, 7} B = {6, 7, 8, 9} C = {2, 4, 8} D = {1, 5, 9}
   Obtener:
    a. $A^c \cap D$
    b. $(A \cup C) \cap D^c$
    c. $(B^c \cap C^c) \cap D^c$
3. Si se lanzan 3 monedas simultáneamente, obtener la probabilidad de:
    a. 2 caras y una cruz
    b. 1 cara y 2 cruces
    c. 3 cruces
    d. Al menos 1 cara

4. Un dado “A” está cargado de tal forma que, el 40% de las veces sale “1”. Otro dado “B” está cargado también y sale “1” un 70% de las veces.

    a) Si se selecciona al azar un dado cualquiera y se lo tira, ¿Cuál es la probabilidad de que salga 1?

    b) Si se selecciona al azar un dado y al tirarlo salió “1”, ¿Cuál es la probabilidad de que el dado sea el dado A?

5. El 15% de la población padece de hipertensión, pero el 75% de los adultos cree no tener ese problema. De los que tienen hipertensión, el 6% cree que no tiene esta enfermedad. Si un paciente cree que no tiene hipertensión, ¿cuál es la probabilidad de que en realidad si tenga esa enfermedad?
6. Una compañía de seguros para automóviles clasifica cada automovilista como buen riesgo (A1), riesgo medio (A2), o mal riesgo (A3). De los actualmente asegurados, 30% son buenos riesgos, 50% son riesgos medios y 20% son malos riesgos. En cualquier año dado, la probabilidad de que un automovilista presente una necesidad de reparación es del 10% para un buen riesgo, 30% para un riesgo medio, y 50% para un
7. mal riesgo. ¿Cuál es la probabilidad de que un automovilista asegurado seleccionado al azar presente una necesidad de reparación?

8. La probabilidad de que un médico diagnostique correctamente una enfermedad en particular es de 70%. Dado que realiza un diagnóstico incorrecto, la probabilidad de que el paciente presente una demanda es de 90%. ¿Cuál es la probabilidad de que el médico realice un diagnóstico incorrecto y de que el paciente lo demande?

III – PROBABILIDAD CONDICIONAL

1. La probabilidad de que un vuelo programado normalmente salga a tiempo es P(D) = 0.83, la probabilidad de que llegue a tiempo es P(A) = 0.82 y la probabilidad de que salga y llegue a tiempo es P (D ∩ A) = 0.78. Calcule la probabilidad de que un avión
   a) llegue a tiempo, dado que salió a tiempo; y
   b) salió a tiempo, dado que llegó a tiempo.
2. Suponga que tenemos una caja de fusibles que contiene 20 unidades, de las cuales 5 están defectuosas. Si se seleccionan 2 fusibles al azar y se retiran de la caja, uno después del otro, sin reemplazar el primero, ¿cuál es la probabilidad de que ambos fusibles estén defectuosos?
3. Una bolsa contiene 4 bolas blancas y 3 negras, y una segunda bolsa contiene 3 blancas y 5 negras. Se saca una bola de la primera bolsa y se coloca sin verla en la segunda bolsa. ¿Cuál es la probabilidad de que ahora se saque una bola negra de la segunda bolsa?
4. Se sacan tres cartas seguidas, sin reemplazo, de una baraja ordinaria. Encuentre la probabilidad de que ocurra el evento A1 ∩ A2 ∩ A3, donde A1 es el evento de que la primera carta sea un as rojo, A2 el evento de que la segunda carta sea un 10 o una jota y A3 el evento de que la tercera carta sea mayor que 3 pero menor que 7.
5. Si R es el evento de que un convicto cometa un robo a mano armada y D es el evento de que el convicto venda drogas, exprese en palabras lo que en probabilidades se indica como
   a) P(R|D);
   b) P(D’|R);
   c) P (R’|D’).
6. El siguiente experimento se conoce como la urna de Pólya. Suponga que en una urna se tienen “b” bolas blancas y “r” bolas rojas. Un experimento aleatorio consiste en seleccionar una bola al azar y regresarla a la urna junto con c bolas del mismo color. Use la regla del producto para calcular la probabilidad de obtener bolas rojas en las tres primeras extracciones.
7. Consideremos un juego donde se lanza un dado equilibrado. Claramente el espacio muestral es $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$. Sea que el jugador escoge como evento $A = \{2\}$ (es decir que caiga el número dos al lanzar) y el evento $B = \{2,4,6\}$ (sólo las caras pares son válidas para ganar o perder). Obtener $P(A|B)$, es decir la probabilidad de ganar.
8. Un dado equilibrado se lanza dos veces consecutivas. Dado que en el primer lanzamiento se obtuvo un 3, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los dos resultados sea mayor a 6?

9. Un estudiante universitario frecuenta una de dos cafeterías de su plantel, escogiendo Starbucks el 70% de las veces y Peet's el otro 30%. En cualquiera de estos lugares, ella compra un café de moka en 60% de sus visitas.

   La siguiente vez que vaya a una cafetería en el plantel, ¿cuál es la probabilidad de que ella vaya a Starbucks y pida un café de moka?

   ¿Los eventos de la pregunta anterior son independientes? Explique.

   Si ella entra en una cafetería y pide un café de moka, ¿Cuál es la probabilidad de que sea en Peet's?

   ¿Cuál es la probabilidad de que ella vaya a Starbucks o pida un café de moka o ambas cosas?

IV – PROBABILIDAD TOTAL

1. Cierta compañía envía 40% de sus paquetes de correo nocturnos por servicio de correo express E1, 50% son enviados por servicio de correo express E2, y los 10% restantes son enviados por E3. De los paquetes enviados por E1, 2% llegan después de la hora garantizada de entrega (denotar por L el evento de "entregado tarde"); de los enviados por E2, solo el 1% llega tarde; mientras que en el caso de E3, el 5% de los paquetes llega tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete seleccionado al azar llegue tarde?
2. En un acuario se tienen solo 2 especies de peces, el 40% son de la especie azul y el 60% son de la especie roja. De la especie azul, el 30% son machos; mientras que, de la especie roja, el 40% son hembras. ¿Cuál es la probabilidad de que un pez elegido aleatoriamente en el acuario sea macho?
3. El bosque A ocupa el 50% de la tierra total en un cierto parque y el 20% de las plantas de este bosque son venenosas. El bosque B ocupa el 30% de la tierra total y el 40% de las plantas que contiene son venenosas. El bosque C ocupa el 20% restante de la tierra y el 70% de las plantas que contiene son venenosas.
4. La empresa A suministra el 80% de los widgets para una tienda de automóviles y solo el 1% de sus widgets resultan defectuosos. La empresa B suministra el 20% restante de los widgets para la tienda de automóviles y el 3% de sus widgets resultan defectuosos
5. Tenemos tres urnas distintas: U1 con 5 bolas rojas y 3 azules, U2 con 3 bolas rojas y 2 azules y U3 con 2 bolas rojas y 4 azules. Escogemos una urna al azar y extraemos una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea roja?
6. Los miembros de una empresa de consultoría rentan automóviles de tres agencias de renta de automóviles: 60% de la agencia 1. 30% de la agencia 2, y 10% de la agencia 3. Si 9% de los automóviles de la agencia 1 necesita una afinación, 20% de los autos de la agencia 2 necesitan una afinación, y 6 % de los autos de la agencia 3 necesitan una afinación, ¿cuál es la probabilidad de que un automóvil rentado, entregado a la empresa. necesite una afinación?

   Si A es el evento de que el automóvil necesita una afinación, y $B_1, B_2, y\ B_3$ son los eventos de que el automóvil venga de las agencias 1, 2 o 3, tenemos $P(B_1) = 0.60, P(B_2) = 0.30, P(B_3) = 0.10, P(A|B) = 0.09, P(A|B_2) = 0.20, Y\ P(A|B_3) = 0.06$. Al sustituir estos valores obtenemos:

$$P(A) = (0.60) * (0.09) + (0.30) * (0.20) + (0.10) * (0.06) = 0.12$$

Así, 12% de todos los automóviles rentados entregados a esta empresa necesitaran una afinación.

7. Tomando en cuenta el ejercicio anterior, si un automóvil de renta entregado a la empresa de consultora necesita una afinación, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la agencia de renta 2?

$$P(B_2|A) = \frac{(0.30)(0.20)}{(0.60)(0.09) + (0.30)(0.20) + (0.10)(0.06)} = 0.5$$

El 50% de los automóviles que requieren una afinación vienen de esa agencia.

V – VARIABLE ALEATORIA

1. El empleado de un almacén regresa tres cascos de seguridad al azar a tres obreros de un taller siderúrgico que ya los habían probado. Si Smith, Jones y Brown, en ese orden, reciben uno de los tres cascos, liste los puntos muestrales para los posibles órdenes en que el empleado del almacén regresa los cascos, después calcule el valor m de la variable aleatoria M que representa el número de emparejamientos correctos.
2. Los estadísticos utilizan planes de muestreo para aceptar o rechazar lotes de materiales. Suponga que uno de los planes de muestreo implica obtener una muestra independiente de 10 artículos de un lote de 100, en el que 12 están defectuosos. Si X representa a la variable aleatoria, definida como el número de artículos que están defectuosos en la muestra de 10, la variable aleatoria toma los valores 0, 1, 2, . . ., 9, 10.

3. Demuestre que la función $X\colon \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$, que es idénticamente constante, c es una variable aleatoria, es decir, que cumple la propiedad de las variables aleatorias:

4. Sea $X\colon \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$, una función y sea x<y, dos números reales. Demuestre que:
$$(X \leq x) \leq (X \leq y)$$

VI – VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

1. Encuentre el valor de la constante λ que hace a la función $f(x)$ una función de probabilidad. Suponga que n es un entero positivo fijo

   a) $f(x) = \begin{cases} \lambda 4^{4x} & ; x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 \; ecop \end{cases}$

   b) $f(x) = \begin{cases} \lambda x^{5} & ; x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 \; ecop \end{cases}$

2. La probabilidad de que un doctor diagnostique de manera correcta una enfermedad específica es 0.7. Dado que el doctor hace un diagnóstico incorrecto, la probabilidad de que el paciente entable una demanda legal es 0.9. ¿Cuál es la probabilidad de que el doctor haga un diagnóstico incorrecto y el paciente lo demande?
3. Si cada artículo codificado en un catálogo empieza con 3 letras distintas seguidas por 4 dígitos distintos de cero, calcule la probabilidad de seleccionar aleatoriamente uno de estos artículos codificados que tenga como primera letra una vocal y el último dígito sea par.
4. Sea X una variable aleatoria discreta con

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{50}; x = 0, 1, 2, 3, 4 \\ 0 \; ecop \end{cases}$$

a) Encuentre $E(x)$
b) $Var(x)$
c) $E(2x + 3)$
d) $Var(3x + 8)$

5. Demuestre que la función de probabilidad de la distribución $bin(n, p)$ es, efectivamente, una función de probabilidad.

6. La probabilidad de que cuando se tenga que llenar el tanque de gasolina de un automóvil también se necesite cambiarle el aceite es 0.25, la probabilidad de que también se le tenga que cambiar el litro de aceite es 0.40, y la probabilidad de que se necesite cambiarle el aceite y el litro es 0.14.

   a) Si se le tiene que cambiar el aceite, ¿cuál es la probabilidad de que también se necesite cambiarle el litro?

   b) Si se le tiene que cambiar el litro de aceite, ¿cuál es la probabilidad de que también se le tenga que cambiar el aceite?
7. Una ciudad tiene dos carros de bomberos que operan de forma independiente. La probabilidad de que un carro específico esté disponible cuando se le necesite es 0.96.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno esté disponible cuando se necesite? b) ¿Cuál es la probabilidad de que un carro de bomberos esté disponible cuando se le necesite?

8. Si X tiene una distribución uniforme discreta $f(x) = \frac{1}{k}; x = 1, 2, \ldots, k$, demuestre que:
   a. Su media es $\mu = \frac{k+1}{4}$
   b. Su varianza es $\sigma^2 = \frac{k^2+1}{6}$
9. Sea X una variable aleatoria con distribución uniforme en el conjunto $\{1, \ldots, n\}$ y sean $x, x1, x2$ números dentro de este conjunto en donde $x1 < x2$. Encuentre las siguientes probabilidades.
   a. $P(X \leq x)$
   b. $P(X \geq x)$

10. Si se toman 3 libros al azar, de un librero que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que…
    a) se seleccione el diccionario?
    b) se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas?

VII – VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

1. Encuentre el valor de la constante θ que hace a la función $f(x)$ una función de probabilidad. Suponga que n es un entero positivo fijo
   a. $f(x) = \begin{cases} e^{|x|}, -\theta < x < \theta \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$

   b. $f(x) = \begin{cases} \theta x(1-x)^n\ si\ 0 < x < 1 \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$
2. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2\ si - 1 < x < 1 \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

   Grafique la función $f(x)$ y calcule las siguientes probabilidades:
   a) $P\ (X \leq 1/3)$
   b) $P\ (|X| > 1)$
   c) $P(X^2 < \frac{1}{9})$
   d) $P(X^2 - X < 2)$
3. Un trabajador recibirá un premio de 3000, 2000 o 1000 euros, según el tiempo que tarde en realizar un trabajo en menos de 10 horas, entre 10 y15 horas y más de 15 horas, respectivamente. La probabilidad de realizar el trabajo en cada uno de estos casos es de 0.1, 0.4 y 0.5.
   a) Determine la esperanza y la función de probabilidad de la variable aleatoria X=premio recibido.
   b) Defina una nueva variable aleatoria, Y, con valor 1 si tarda menos de10 horas y valor 0, en caso contrario. Obtenga distribución de probabilidad, esperanza y varianza
4. La longitud de ciertos tornillos (en centímetros) es una variable aleatoria con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(-x^2 + 4x - 3)\ si\ 1 \leq x \leq 3 \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

   a) Para hacer cierto trabajo se prefieren tornillos con longitud entre 1,7 cm y 2,4 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que un tornillo tenga dicha longitud?

   b) Si la longitud de cada tornillo es independiente de la longitud de otro tornillo. ¿Cuál es la probabilidad de que tres tornillos tengan la longitud que se prefiere?

   c) Si para construir lo que se necesita con uno de estos tornillos hay que hacer un gasto de $10 por cm de longitud que tenga el tornillo más un gasto fijo de $4. ¿Cuál es el gasto medio esperado por un tornillo?

5. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{x^2}\ , x \geq 1$$

a) Encuentre y grafique la función de distribución $F(x)$
b) Encuentre y grafique la función de distribución de la variable $Y = e^{-x}$

6. Se define la variable aleatoria continua X = “nivel de colesterol” en cierta variedad de pollos de una granja, la cual tiene la siguiente función de densidad f(x):

$$f(x) = \begin{cases} x/2; 0 \leq x \leq 2 \\ \\ 0; x < 0, x > 2 \end{cases}$$

Calcular:

- F(x)
- P[X≤2]
- E[X]

7. Verifica que la siguiente función tiene las siguiente 4 propiedades de una función de distribución acumulada y encuentre los puntos de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} 0.25e^{x}; -\infty < x < 0 \\ 0.5; 0 \leq x < 1 \\ 1 - e^{-x}; 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$
b) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 1$
c) $\lim\limits_{h \to -0^{+}} f(x+h) = f(x)$
d) $a < b\ implica\ que\ f(a) \leq f(b)$

8. La vida, en horas, de cierto tipo de lámparas varía aleatoriamente según la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k^2}{9}; si\ \ x \geq 100\ hrs \\ 0 \qquad\qquad en\ el\ resto \end{cases}$$

a) Encontrar el valor de k.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que una lámpara de este tipo tenga una vida útil mayor a 200 horas?
c) Cierto artefacto tiene tres de estas lámparas, ¿cuál es la probabilidad de que las tres lámparas duren más de 200 horas?

9. En una Facultad el 43 % de los alumnos realiza algún deporte. Se ha obtenido una muestra de 10 alumnos de dicha Facultad
   a) ¿Qué modelo sigue la variable X = número de alumnos que realiza algún deporte entre los 10 seleccionados?
   b) Calcula la probabilidad de que más de 3 realicen algún deporte
   c) Probabilidad de que menos de la mitad realice deporte a La función de distribución de la variable aleatoria que representa la duración en minutos de una llamada telefónica es:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{3}e^{-\frac{2x}{3}} - \frac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}; si\ x > 0 \\ 0 \qquad\qquad si\ x \leq 0 \end{cases}$$

Hallar su función de densidad, así como la probabilidad de que una llamada dure entre 3 y 6 minutos

10. La vida, en horas, de cierto tipo de lámparas varía aleatoriamente según la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2}; si\ x \geq 100\ hs \\ 0\ si\ x\ < 100\ hs \end{cases}$$

a) Encuentre el valor de k para la función de densidad dada.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una lámpara de este tipo tenga una vida útil mayor a 200 horas?

c)Cierto artefacto tiene tres de estas lámparas, ¿cuál es la probabilidad de que las tres lámparas duren más de 200 horas?

11. La longitud de ciertos tornillos (en centímetros) es una variable aleatoria con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(-x^2 + 4x - 3); si\ 1 \leq x \leq 3 \\ 0 \qquad\qquad en\ otro\ punto \end{cases}$$

a) Para hacer cierto trabajo se prefieren tornillos con longitud entre 1,7 cm y 2,4 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que un tornillo tenga dicha longitud?

b) Si la longitud de cada tornillo es independiente de la longitud de otro tornillo. ¿Cuál es la probabilidad de que tres tornillos tengan la longitud que se prefiere?

c) Si para construir lo que se necesita con uno de estos tornillos hay que hacer un gasto de $10 por cm de longitud que tenga el tornillo más un gasto fijo de $4. ¿Cuál es el gasto medio esperado por un tornillo?

VIII – USO DE SOFTWARE

Para la resolución de los siguientes ejercicios de simulación se utiliza $RStudio$ y $Excel$.

1. Realice 100 simulaciones del lanzamiento de un dado equilibrado y compruebe experimentalmente que el número de veces que aparece una de las caras entre el total de lanzamientos se aproxima a 1/6 conforme el número de lanzamientos crece.
2. Sea U una variable aleatoria con distribución $unif(0,1)$. Sean a < b dos constantes. Demuestre que la variable $X = a + (b - a)U$ tiene distribución $unif(a, b)$. Este es un mecanismo para obtener valores al azar de la distribución $unif(a, b)$ a partir de valores al azar de la distribución $unif(0,1)$.
3. Sea U una variable aleatoria con distribución $unif(0,1)$ y sea $\lambda > 0$ una constante. Demuestre que la variable aleatoria X, definida a continuación, tiene distribución $exp(\lambda)$. Este resultado permite obtener valores al azar de la distribución exponencial a partir de valores de la distribución uniforme continua. $X = -1/\lambda \ ln\,(1 - U)$.
4. Una batería funciona en un tiempo exponencial con promedio de 7 horas. En un lote de 25 baterías, determine la probabilidad de que entre 7 y 12 tarden más de 8 horas.
5. Sea U una variable aleatoria con distribución $unif(0,1)$ y sean $\alpha > 0$ y $\lambda > 0$ dos constantes. Demuestre la afirmación:
   $1/\lambda\,(-\,ln(1 - U))\ \hat{}\,(1/\alpha) \sim Weibull(\alpha, \lambda)$.

IX – MOMENTOS DE VARIABLES ALEATORIAS

1. Si X tiene la siguiente distribución de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & e.c.o.c. \end{cases}$$

   Demuestre que la variable aleatoria $Y = -2ln\,X$ tiene una distribución chi cuadrada con 2 grados de libertad

2. Demuestre que la función generadora de momentos de la variable aleatoria X, la cual tiene una distribución de probabilidad normal con media μ y varianza σ^2 , es dada por $M_x(t) = \exp\,(\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2)$

3. Sea X una variable aleatoria que tiene la siguiente probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x = 1,2,3 \\ 0, & en\ cualquier\ caso \end{cases}$$

   Calcule la distribución de probabilidad de la variable aleatoria Y = 2X – 1.

4. La velocidad de una molécula en un gas uniforme en equilibrio es una variable aleatoria V, cuya distribución de probabilidad es dada por

$$f(v) = \begin{cases} kv^2 e^{-bv^2}, & v > 0 \\ 0, & e.c.c \end{cases},$$

   donde k es una constante adecuada y b depende de la temperatura absoluta y de la masa de la molécula. Calcule la distribución de probabilidad de la energía cinética de la molécula W, donde W =$\frac{mv^2}{2}$.

5. La distribución de probabilidad de X, el número de imperfecciones que se encuentran en cada 10 metros de una tela sintética que viene en rollos continuos de ancho uniforme, está dada por:

X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
F(X)	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

   Construya la función de distribución acumulativa de X.

6. Función de probabilidad simétrica. Una función de probabilidad F(x) es simétrica respecto de a si f (a + x) = f(a-x) para cualquier

número real x. Sea X una variable aleatoria con función de probabilidad simétrica respecto de a. Encuentre:

a) $E(X)$

b)$E(X-a)^n$. Para n impar.

7. Una variable aleatoria continua X, que toma valores entre $x = 1$ y $x = 3$, tiene una función de densidad dada por $f(x) = 1/2$.
   a) Muestre que el área bajo la curva es igual a 1.
   b) Calcule $P(2 < X < 2.5)$.
   c) Calcule $P(X \leq 1.6)$.

8. Un a variable aleatoria continua X, que toma valores entre $x = 4$ y $x = 7$, tiene una función de densidad dada por $f(x) = 2(1 + x)/27$.
   Calcule
   a) $P(X < 3)$;
   b) $P(2 \leq X < 4)$.

9. Para la función de densidad del ejercicio anterior calcule $F(x)$ y utilícela para evaluar $P(2 \leq X < 4)$.

X. VECTORES ALEATORIOS

1. Demuestre que las siguientes funciones son funciones de densidad:

a) $f(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, si\ x,y > 0 \\ 0, en\ otro\ caso \end{cases}$

b) $f(x,y) = \begin{cases} 3xy(1-x), si\ x,y > 0 \\ 0, en\ otro\ caso \end{cases}$

2. Demuestre que la función generadora de momentos de la distribución F (a, b) no existe.

3. Demuestre que si $X \sim t(n)$, entonces:

$$X^2 \sim F(1,n)$$

4. Demuestre ahora que si $X \sim F(a,b)$, entonces:

$$\frac{1}{x} \sim F(b,a)$$

5.Sea (X, Y) una variable aleatoria bidimensional con función de densidad

$$f(x,y) = \begin{cases} 1, si\ |y| < \mathrm{x\ cuando\ } 0 < \mathrm{x} < 1 \\ 0, \quad en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Comprueba que $f(x,y)$ es función de densidad.

b) Halla las medias de $X\ e\ Y$.

c) Halla las varianzas de $X\ e\ Y$.

d) Halla las siguientes probabilidades