

I. OPERADORES DE MATRICES

1. Según las siguientes matrices, calcule las operaciones indicadas en los siguientes incisos, además, si la operación no se puede realizar, indique el porqué.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 10 \\ -6 \\ 4 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- a) $2A - 2B$
b) $A^t B - B^t$
c) $A(2C) - B^t C$
d) $(BE)^t - E$
e) $D^t - F^2$
f) $E^2 + B$
2. Utilizando las matrices que definimos en el ejercicio anterior, encuentre la matriz X , al igual que el inciso anterior, en caso de que no se pueda realizar la operación indicar la razón.
- a) $A - X = B$
b) $2X - (AE)^t = 2E^t$
c) $(B - F)X = C$
d) $X + C^2 F^2 = CD^t$
e) $EE^t + X = A$

II. FORMAS REDUCIDAS

1. Dadas las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -25 & 7 \\ 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 17 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Identifique las que se encuentran en forma escalonada.
- Identifique las que se encuentran en forma escalonada reducida.

2. Reducir las siguientes matrices a su forma escalonada

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & 0 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Utilizando operaciones elementales, encontrar la matriz inversa, si existe.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & -1 \\ -7 & 2 & 10 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 8 & 1 \\ 1 & -2 & 10 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 5 \\ 2 & 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

III. SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

1. Resuelva los sistemas de ecuaciones usando el método señalado.

$$\begin{aligned} &x + 2y - z = 10 \\ \text{a) } &2x - y + 4z = 8 ; \quad (\text{Inversa de matriz de coeficientes}) \\ &4x + 2y + 4z = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2x - y + 4z - 5w = 12 \\ \text{b) } &x + 4y - z + 2w = -3 \quad (\text{Gauss - Jordan}) \\ &-2x + 6y + 2z + 6w = 2 \\ &4x - 2y - z + 2 = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-7x + y + 2z = 0 \\ \text{c) } &9x - y - 3z = 0 ; \quad (\text{Gauss}) \\ &2x + 4y - 7z = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } &2x + 5y = 10 \\ &x + 4y = 2 ; \quad (\text{Elección libre}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-6x + 2y + 4z = -36 \\ \text{e) } &2x - y + 4z = 24 ; \quad (\text{Gauss - Jordan}) \\ &x + 4y - 7z = -24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x - y - z + w = 0 \\ \text{f) } &z + y - z = 0 ; \quad (\text{Gauss}) \\ &x + 2y - w = 0 \end{aligned}$$

IV. DETERMINANTES

1. Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -4 & -2 \\ 5 & 3 & -3 & -5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- a) Encuentre los menores M_{33}, M_{22}, M_{23} y M_{44} para la matriz A y M_{13}, M_{32} para la matriz B
- b) Calcule los cofactores C_{11}, C_{44} para la matriz A y C_{23}, C_{32} para la matriz B

2. Resolver para "x"

$$\begin{vmatrix} 5x & -x & 2 \\ x & -5x & 10 \\ 2 & -10 & x \end{vmatrix} = -2x$$

3. Encontrar la matriz inversa utilizando el determinante y la adjunta, para las siguientes matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -8 & -14 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -2 & 3 & 5 \\ 7 & 12 & -4 \end{bmatrix}$$

4. Calcular las siguientes determinantes utilizando propiedades

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} \quad |B| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} \quad |C| = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 9 \end{vmatrix}$$

V. SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES MEDIANTE SU DETERMINANTE.

1. Resuelva el sistema de ecuaciones con el método indicado.

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 3 \\ \text{a) } \quad 2y - z &= 1; & \text{(Regla de Cramer)} \\ -x + y &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + 5y - 2z &= 14 \\ \text{b) } \quad 8x - 4y + z &= 17 ; & \text{(Método montante)} \\ -2x - 5y + 10z &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - \frac{1}{10}y - \frac{1}{5}z &= \frac{157}{20} \\ \text{c) } \quad \frac{1}{10}x + 7y - \frac{3}{10}z &= -\frac{193}{10}; & \text{(Inversa calculada por determinante)} \\ \frac{1}{10}x - \frac{1}{5}y + 10z &= \frac{357}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x + 3y + 4z &= 1 \\ \text{d) } \quad 5x + y + 2z &= 1 ; & \text{(Elección libre)} \\ 9x + 4y + 3z &= -1 \end{aligned}$$

2. Determine los valores de "k" de tal modo que el sistema tenga infinitas soluciones, una única solución y sin solución.

$$\begin{aligned} 3x - y - 2z &= 0 \\ \text{a) } \quad -2x + y + z &= 4 \\ \quad \quad \quad kx + z &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} kx + 2y + 6z &= 0 \\ \text{b) } \quad 2x + ky + 4z &= 2 \\ \quad \quad \quad 2x + ky + 6z &= k - 2 \end{aligned}$$

VI. FRACCIONES PARCIALES

1. Descomponer en fracciones parciales

a) $\frac{3x+4}{(x+1)(x+2)(x-3)}$

b) $\frac{5}{x^2-1}$

c) $\frac{16-10x^2}{x^2-4}$

d) $\frac{x^2-2x+1}{(x-2)^2(x+1)}$

e) $\frac{x^3+11x^2+37x+31}{x^3+6x^2+5x-12}$

f) $\frac{3x-1}{(x+1)^2}$

g) $\frac{4x^2-10x+2}{(x^2+1)(x-1)}$

h) $\frac{2x^5+9x^3+3x^2+5x+4}{(x^3+1)^3}$

i) $\frac{x^3+2x^2+2x}{(x^2+x+1)^2}$

j) $\frac{3x^2+10x+2}{x^3+3x^2+3x+2}$

k) $\frac{2x^4+5x^3+10x^2+x-3}{x^4+x^3+3x^2}$

l) $\frac{-10x^2-12x-48}{(x+2)(x-3)(x^2+x+2)}$

VII. FUNCIONES EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

1. En los siguientes incisos, pase de su forma exponencial a su forma logarítmica.

a) $x^{2z} = y$

b) $2^7 = 128$

c) $100^{3/2} = 1000$

d) $\left(\frac{16}{9}\right)^{-3/2} = \frac{27}{64}$

e) $\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{16}{81}$

2. En los siguientes incisos, pase de su forma logarítmica a su forma exponencial.

a) $\log_3(y) = x$

b) $\log_\pi(1) = 0$

c) $\log_{\frac{1}{2}}(p) + \log_{\frac{1}{2}}(q) = x$

d) $\log_2(32) = 5$

3. Encuentre los valores de x, y que cumplan con la ecuación.

a) $\log_{0.2}(0.008) = y$

b) $\log_x(27) = -3$

c) $\log_{64}(y) = \frac{1}{3}$

d) $\ln(x) = 1.09861 \dots$

e) $3^{\log_3 4} = y$

4. Trace la gráfica de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \ln(x - 10)$

b) $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $f(x) = \log_{1/4}(x)$

d) $g(x) = 8 - 2e^x$

VIII. PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. Escribe las siguientes expresiones como un logaritmo único con un solo argumento
 - a) $\log_3 x + \log_3 y$
 - b) $5 \log x + 2 \log y - \log z$
 - c) $\log_2 8 - \log_2 x - \log_2 y$
 - d) $\frac{1}{3}(\log_6 x + \log_6 y - 4 \log_6 z)$

2. Utiliza las propiedades de los logaritmos para escribir en forma desarrollada las siguientes expresiones logarítmicas
 - a) $\log_4 xy$
 - b) $\log_2 \left(\frac{x}{y^2 z^3} \right)$
 - c) $\log_b \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{y}} \right)$
 - d) $\log_b \sqrt{\frac{x(x-5)^3}{(x^2-3)(x^2+3)}}$

3. Dado que $\ln x = 2.3745$, $\ln y = 0.3133$ y $\ln z = -1.5182$ encontrar el valor numérico de las siguientes expresiones:
 - a) $\ln \left(\frac{3xz^2}{y} \right)$
 - b) $\log_y xz$

4. Encontrar la función inversa de:
 - a) $y = \log_b \frac{x}{x-1}$
 - b) $y = \log_b \frac{x+2}{\sqrt{1+x}}$

IX. ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

1. Encuentre el valor de x .

a) $\log_2(x) = \frac{3}{2}\log_2(4)$

b) $\ln 24 - \ln(x + 2) = \ln(x - 1)$

c) $\log_4(x + 2) + 4\log_4(x + 3) = 2$

d) $2e^{2x} - 4 + 2e^{-2x} = 0$

e) $\log(x + 2) - \log(2x) = \log(x + 1) + \log(x)$

f) $4^x - 3(2^{x+1}) = -8$

2. En las siguientes expresiones, eliminar cualquier tipo de logaritmo respetando la igualdad.

a) $3y = \log_2(3\log_2(x^2))$

b) $\log_2(x + 2) - 2\log_2(5y) = 2$

c) $2\ln(x) - \ln(2z - 2y) = \ln(z + 3y)$

d) $2\ln(x + y + 1) = \ln(x^2 + xy + y^2) - \ln(2 + 6y)$

e) $y + z = \log_{10}(3x - 3) - \log_{10}(3x - 2)$

3. En las siguientes expresiones, despeje "n" respetando la igualdad.

a) $S_n = \frac{a_2(1-r^n)}{1-r}(a_1)$

b) $A = P(1 + r)^n$

X. PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

1. ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9?
2. Un club tiene 8 miembros y se va a elegir un presidente, un vicepresidente, un secretario y un tesorero. ¿cuántas candidaturas diferentes pueden formarse?
 - a) Si cualquier miembro es elegible para cualquier cargo.
 - b) Si solamente dos miembros determinados son elegibles para presidente pero no son elegibles para otros cargos?
3. Calcular el número de permutaciones diferentes que se pueden formar con las letras de la palabra "murcielago".
4. Hallar el valor de "n" o "r" si:
 - a) $12P(5, r) = 5P(11, r)$
 - b) $C(n, 2) = 3C(n, 4)$
 - c) $4C(6, r) = 2C(5, r)$
 - d) $10P(7, r) = 3P(5, r)$
5. Tenemos 6 libros de biología, 4 de física y 2 de química, todos diferentes.
 - a) ¿De cuántas maneras pueden arreglarse estos libros en una repisa?
 - b) ¿De cuántas maneras pueden arreglar estos libros en una repisa si los 6 de biología van a la izquierda?
 - c) ¿De cuántas maneras se pueden arreglar estos libros en una repisa si los libros de química no quedan juntos?
6. Una persona tiene 5 camisas y 7 pantalones. ¿De cuántas maneras distintas puede combinar estas prendas?
7. Todas las personas que asisten a una reunión se estrechan la mano. Si hubo 105 apretones, ¿cuántas personas asistieron?
8. ¿Cuántos triángulos quedan determinados por 10 puntos si tres cualesquiera no están alineados?
9. ¿De cuántas formas se pueden sentar tres personas en seis sillas?

XI. SUCESIONES Y SERIES

1. En base a las siguientes sucesiones a_n escriba los primeros 3 terminos, además, calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ y exprese si este converge o diverge.

a) $a_n = \frac{2n^2 + \pi}{n^2 - 2n + e}$

b) $a_n = \frac{4n^2 + 2}{n + \rho}$

c) $a_n = \frac{n \sin \frac{n\pi}{2}}{2n + 1}$

d) $a_n = \frac{2n^3 + 5n + 1}{5n^4 + 2n}$

2. Determine si la serie converge o diverge con su respectiva justificación.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)n!}{4^n}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\ln(n^2)}{n^5} \right)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 1}{2n^3}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2 + 1}}$

3. Halle el intervalo de convergencia para:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)^2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n \ln n}{n 3^n}$

4. Encuentre la serie de Taylor en las funciones dadas, alrededor del punto indicado. Halle la serie de Maclaurin para cada inciso, considere $c = 0$.

a) $f(x) = \cos x$; $c = 2\pi$

b) $g(x) = xe^{x^2}$; $c = 2$

c) $h(x) = \sin 4x$; $c = \frac{\pi}{3}$