I – DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

1. Demostrar que los siguientes puntos son colineales o indicar si no lo son:

   a) $(12, 1)\ (-3, -2)\ (2, -1)$
   b) $(12, 2)\ (-6, 1)\ (4, 4)$
   c) $(10, 2)\ (-1, 4)\ (5, 2)$

2. Hallar la distancia entre los puntos $(6,0)\ (0, -8)$.

3. Indique si los puntos dados son vértices de un triángulo equilátero, isósceles, escaleno o rectángulo, obteniendo su perímetro y dibujando su figura:

   a) $(-2, -1)\ (2, 2)\ (5, -2)$
   b) $(2, -2)\ (-8, 4)\ (5, 3)$
   c) $(0, 0)\ (1, 2)\ (3, -4)$

4. Los vértices de un triángulo rectángulo son los puntos $(1, -2)\ (4, -2)\ y\ (4, 2)$ determinar sus catetos, su hipotenusa y el área del triángulo.

5. Demostrar que los puntos $(0, 1), (3, 5), (7, 2)\ y\ (4, -2)$ son los vértices de un cuadrado.

6. Demostrar que los segmentos que unen los puntos medios de los lados sucesivos del cuadrilátero: $(-3, -1), (0, 3), (3, 4), (4, -1)$ forman un paralelogramo.

II – PENDIENTE Y RAZÓN

1. Hallar la pendiente de los siguientes pares de puntos

   a) $A(-5,1)$ y $B(1,-3)$
   b) $C\left(\frac{1}{2},7\right)$ y $D\left(3\,,-\frac{3}{2}\right)$
   c) $E(\frac{a}{b},1)$ y $F(a,b)$

2. Aplique el concepto de pendiente para saber cuáles de los siguientes puntos son colineales.

   a) $A(5,1)$, $B(3,4)$ y $C(2,7)$
   b) $A(a,b)$, $B(2a+b,a)$ y $C(-b,2b-a)$

3. Una recta tiene un ángulo de inclinación de 45° y pasa por los puntos A y B. Si el punto A tiene coordenadas $A(6,-4)$ y la ordenada de B es -2, encuentre su abscisa. Dibuje el diagrama correspondiente.

4. Determine si la recta que pasa por los puntos $A(-2,1)$ y $B(1,-4)$ es paralela o perpendicular a la recta que pasa por los puntos $C(8,-7)$ y $D(5,-2)$.Dibuje el diagrama correspondiente.

5. Demuestre que los lados adyacentes del cuadrilátero cuyos vértices son los puntos $A(9,0)$, $B(1,3)$, $C(4,11)$ y $D(12,8)$, son perpendiculares entre sí. Dibuje el diagrama correspondiente.

6. Determine los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son $A(-4,1), B(2,3)\ y\ C(1,-4\ )$. Dibuje el diagrama correspondiente.

III – GRÁFICAS DE FUNCIONES

1. Grafica las siguientes ecuaciones analizando intercepciones, simetrías extensiones y asíntotas, trazar las gráficas de las ecuaciones dadas:

a) $x^4 + y^4 = 16$

b) $x^3 + x - y = 0$

c) $x^4 + 4x^2 - y = 0$

d) $y^3 - x^2 + 3y^2 + 2x + 3y = 0$

e) $x^3 - 3x^2 - y^2 + 3x - 2y - 2 = 0$

2. Factorizar las siguientes ecuaciones y trazar sus gráficas:

a) $9x^2 - 2y^2 = 0$

b) $x^3 - x^2y - xy + y^2 = 0$

c) $x^3 + x^2 + 2xy^2 + 2y^3 - 4x - 4 = 0$

3. En cada uno de los ejercicios hallar, analítica y gráficamente, los puntos de intersección, cuando los haya, para las curvas dadas.

a) $x + 4y + 7 = 0;\ 2x - 3y - 8 = 0$

b) $y^2 - x = 0;\ 2x - y - 6 = 0$

c) $3x^2 + 3y^2 = 39$; $2xy = 12$

IV – LUGAR GEOMÉTRICO

1. Determina la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su ordenada es igual a la mitad de su abscisa.

2. Determinar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que la diferencia de la ordenada con la abscisa es siempre igual a 2.

3. Determina la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que equidista del eje de las abscisas y del punto $A(-5, 0)$. Dar una interpretación geométrica.

4. Determina la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los puntos $A(4, -2)$ y $B(6, 4)$. Dar una interpretación geométrica.

5. Determina la ecuación del lugar geométrico de los puntos en el plano tales que su distancia al punto $(2, -4)$ es igual a 8. Dar una interpretación geométrica.

6. Encuentra la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que la diferencia de sus distancias a los puntos $A(0, 2)$ y $B(0, -2)$

7. Determina la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que la suma de los cuadrados de las distancias a los puntos $A(-1, 3)$ y $B(7, 3)$ es igual a 50. Dar una interpretación geométrica.

V – LÍNEA RECTA

1. Demostrar que los puntos $(-5, 2)$, $(1, 4)$, $(4,\ 5)$ son colineales hallando la ecuación de la recta que pasa por dos de estos puntos.

2. Del cuadrilátero ABCD donde: $A(-3, -1)$, $B(0, 3)$, $C(3,\ 4)$, $D(4, -1)$ encontrar las ecuaciones de sus lados, y del segmento AB hallar su ecuación de la forma simétrica, dibujar la figura.

3. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que los ejes coordenados determinan en la recta $5x + 3y - 15 = 0$.

4. Hallar el área del triángulo rectángulo formado por los ejes coordenados y la recta cuya ecuación es $5x + 4y + 20 = 0$

5. Una recta pasa por el punto A (7, 8) y es paralela a la recta formada entre C (- 2, 2) y D (3, - 4). Hallar su ecuación.

6. Hallar los vértices del triángulo formado por las rectas que pasan por los vértices $(-2, 1)$, $(4,\ 7)$, $(6, -3)$ y son paralelas a los lados opuestos.

VI – FAMILIAS DE RECTAS

1. Escriba la ecuación de la familia de rectas que cumplen con la condición dada.

   a) Tienen pendiente igual a $-\frac{2}{9}$.
   b) Las rectas pasan por $(2, 6)$.
   c) La suma de las intersecciones es igual a 10.
   d) La abscisa al origen es igual a 9.
   e) El producto de las intersecciones es 14.

2. Escriba la ecuación de la familia de rectas paralelas a $4x - 3y + 5 = 0$, y encuentre las ecuaciones de las dos rectas que se hallan a 5 unidades del punto $(2, -3)$.

3. La recta $3x + 2y + 4 = 0$ se halla a la mitad entre dos rectas paralelas que distan 4 unidades entre sí. Encuentre las ecuaciones de las dos rectas.

4. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por la intersección del par de rectas dadas y satisface la otra condición dada empleando el concepto de familia de rectas.

   a) $3x + 5y - 2 = 0,\ x + y + 2 = 0$; pasa por $(-2, -1)$.
   b) $3x + 4y - 2 = 0,\ 3x - 4y + 1 = 0$; las intersecciones son iguales.

5. Hallar la ecuación de la familia de rectas que pasa por el punto de intersección de las rectas $l_1\colon 3x + 2y - 14 = 0$ y $l_2\colon x - 3y - 1 = 0$ que es paralelo a la recta $l_3\colon 5x + 4y + 5 = 0$.

VII – CIRCUNFERENCIA

1. Indicar si la ecuación dada representa una circunferencia o si no lo hace. Si lo es halle el centro, el radio y graficarla:

a) $25x^2 + 25y^2 + 30x - 20y - 62 = 0$

b) $2x^2 + 2y^2 - 8x + 6y + \frac{13}{2} = 0$

c) $4x^2 + 4y^2 + 16x + 20y - 109 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 16x + 103 = 0$

2. Hallar la ecuación de la circunferencia descrita por las siguientes condiciones dadas:

a) Que pasa por los puntos $(0, 0)$, $(3, 6)$, $(7, 0)$.

b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (11, 4) y es tangente a la circunferencia: $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$

c) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto (1. 4) y es tangente a la circunferencia $4x^2 + 4y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$

d) Una circunferencia de radio 5 que pasa por los puntos (0, 2), (7, 3).

e) Centro en (4, 4), tangente al eje X.

3. Determinar la ecuaci6n de la familia de circunferencias, cada una de las cuales pasa por el origen y el punto (1, 3). Dibujar tres elementos de la familia, especificando el valor del parámetro en cada caso.

VIII – TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

1. Determina las nuevas coordenadas de los siguientes puntos de tal manera que se trasladen los ejes coordenados al nuevo origen indicado.

   a) $A(-4,3); O'(2,-5)$
   b) $B(7,-1); O'(9,2)$

2. Transforma las siguientes ecuaciones trasladando los ejes coordenados al nuevo origen indicado.

   a) $x^2+y^2-4x-5=0; O(2,0)$
   b) $x^2-2y^2-2x+12y-19=0; O(1,3)$
   c) $y=x^3-6x^2+12x-11; O(2,-3)$

3. Por una traslación de ejes transforma la ecuación dada de modo que carezca de términos de primer grado.

   a) $y^2-16x+80=0$
   b) $x^2+y^2+2x+8y+13=0$
   c) $25x^2-16y^2+96y+256=0$

4. Hallar la nueva ecuación cuando los ejes se rotan en el ángulo indicado.

   a) $x^2-\sqrt{3}xy+2y^2=2, \theta=30°$
   b) $x^2+y^2=a^2, \theta=50°$

5. Encuentre el ángulo de rotación tal que la ecuación no contenga transformada no contenga el término "xy".

   a) $x^2-xy+3=0$
   b) $3xy+y-2=0$

IX – PARÁBOLA

1. En cada uno de los siguientes ejercicios, hallar las coordenadas del foco, vértice, la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto para la ecuación dada, y dibujar la gráfica correspondiente.

a) $y^2 = 12x$
b) $x^2 = 12y$
c) $y^2 + 8x = 0$
d) $x^2 + 2y = 0$

2. Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen y foco el punto (3. 0).

3. Una circunferencia cuyo centro es el punto (4, - 1) pasa por el foco de la parábola $x^2 + 16y = 0$. Demostrar que es tangente a la directriz de la parabola.

4. Determinar la ecuación de la familia de parábolas que tienen un foco común (3, 4) y un eje común paralelo al eje Y.

5. La ecuaci6n de una familia de parábolas es $y = ax^2 + bx$. Hállese la ecuación del elemento de la familia que pasa por los dos puntos (2, 8) y (-1, 5).

X – ELIPSE

1. Reducir la ecuación dada la forma ordinaria de la ecuación de la elipse, hallar sus elementos y trazar la gráfica correspondiente.

   a) $x^2 + 16y^2 - 64 = 0$
   b) $4x^2 + 3y^2 + 16x + 4 = 0$
   c) $9x^2 + 16y^2 + 42x - 24y + 57 = 0$

2. Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones dadas.

   a) $V(-4, 5)$, $V'(16, 5)\ y\ e = \frac{4}{5}$
   b) $C(-4, 0)$, uno de sus focos en $(-1, 0)$ y la longitud del lado recto es $\frac{7}{2}$
   c) $C(5, 7)$, $LR = \frac{2}{3}$, $e = \frac{2}{3}$ y su eje focal es paralelo al eje x.

3. Determina si las siguientes ecuaciones representan una elipse, un punto o un conjunto vacío.

   a) $x^2 + 2y^2 - 4x + 12y + 14 = 0$
   b) $2x^2 + 3y^2 + 4x + 42y + 149 = 0$

4. Encuentre la ecuación de la elipse cuyo foco y lado recto coinciden con el de la parábola cuya ecuación es $y^2 - 12x - 12y + 84 = 0$ y su centro es el punto $(3, 6)$. Dibuje el diagrama correspondiente.

5. Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse $3x^2 + 5y^2 + 4x - 2y = 8$, que es perpendicular a la recta $x + y = 5$

6. Hallar intersecciones de la elipse $x^2 + 4y^2 = 20$ y la recta $x + 2y = 6$

XI – HIPÉRBOLA

1. En cada uno de los ejercicios siguientes para la ecuaci6n dada de la hipérbola, hállense las coordenadas de los vértices y focos. las longitudes de los ejes transverso y conjugado, la excentricidad y la longitud de cada lado recto.

a) $9x^2 - 4y^2 = 36$

b) $x^2 - 4y^2 = 4$

c) $8x^2 - 18y^2 = 72$

d) $9y^2 - 4x^2 = 4$

2. Encontrar la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones:

a) Los vértices son (0, 4), (0, -4) y su excentricidad es igual a 3/2.

b) Que pasa por los puntos (3, - 2) y (7, 6), tiene su centro en el origen y el eje transverso coincide con el eje X.

3. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto (3, - 1), su centro está en el origen, su eje transverso está sobre el eje X, y una de sus asíntotas es la recta

$$\sqrt{8}x + 3y = 0$$

XII – ECUACIÓN GENERAL DE SEGUNDO GRADO

1. Halle la nueva ecuación transformada cuando los ejes coordenados se giran el ángulo indicado.

   a) $x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y = 0$; $\theta = 45°$
   b) $x^2 - y^2 + 2\sqrt{3}xy - 8 = 0$; $\theta = 120°$
   c) $3x^2 + 3y^2 + 2xy - 8\sqrt{2}x - 6 = 0$; $\theta = 135°$

2. Mediante una rotación de los ejes coordenados, transforme la ecuación dada de forma que no contenga término en "xy".

   a) $x^2 - y^2 + 2\sqrt{3}xy - 4 = 0$
   b) $x^2 + y^2 + xy + 4x - 6y + 5 = 0$
   c) $x^2 + y^2 - 2xy - 20x + 10y = 0$

3. Identifique la naturaleza de la cónica representada por la ecuación dada. Reduzca la ecuación a su forma canónica y trace la gráfica correspondiente.

   a) $13x^2 + 15y^2 + 2\sqrt{3}xy - 48 = 0$
   b) $13x^2 + 13y^2 - 10xy + 16x + 16y - 56 = 0$
   c) $5x^2 + 2y^2 + 4xy - 20x + 10y = 0$
   d) $2x^2 + 2y^2 - 4xy - 40x + 20y = 0$
   e) $x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y - 1 = 0$