I – ECUACIONES CUADRÁTICAS

1. Resolver las ecuaciones siguientes usando el método de Factorización y, si no es posible, hacerlo usando Fórmula General.
   a) $27y^2 + 18y - 9 = 0$
   b) $32z + \frac{320}{z} = 192$

2. Resolver las ecuaciones siguientes usando cualquier método, excepto Fórmula General.
   a) $192\, az^2 - 243a^3 = 0$, (para "z" en términos de "a")
   b) $\frac{8}{2t+2} - \frac{4}{2t} = \frac{4}{12}$
   c) $130y^2 - 26y + \frac{13}{10} = 0$

3. Transforma la expresión dada en otra, de modo que contenga un Trinomio Cuadrado Perfecto.
   a) $\frac{14}{10}z^2 + 14z + \frac{70}{10}$
   b) $28w^2 + 14w - 7$
   c) $3a^2 + 6ab + b^2$

4. En las siguientes ecuaciones despejar "y" en términos de "x". Simplifique.
   a) $x^2y + 6x - 3y + 2 = 0$
   b) $y^2 + 3yx + x^2 - 2y + 6x + 4 = 0$

5. Resuelve los siguientes problemas
   a) La longitud de un cuarto es 5 metros mayor que su ancho, el área es $150m^2$. Hallar sus dimensiones.
   b) A y B juntos hacen un trabajo de $1\frac{7}{8}$ horas y A puede hacerlo en 2 horas menos que B. Calcular los tiempos en que A y B pueden hacer el trabajo separadamente.
   c) Las aristas de dos cubos difieren en 2 centímetros y sus volúmenes difieren en $218cm^3$. Calcular la arista de cada cubo.

II – SISTEMAS DE ECUACIONES Y FORMAS CUADRÁTICAS

1. Resolver la ecuación dada como una ecuación de forma cuadrática.
   a) $3x^2 - 6bx^2 + 3b^2 - 3a = 0$

   b) $\sqrt{49x^4} - \frac{7}{b^2} = 7b^2 - \frac{7}{x^2}$, (para "$x$" en términos de "$b$")

   c) $\sqrt{\frac{x+13}{x-13}} - 2\sqrt{\frac{x-13}{x+13}} = 1$

   d) $36 + 36w - 54\sqrt{w^2 + w + 3} - 54 = 0$

   e) $\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x} + \frac{x}{1+\sqrt{1+x^2}} - 2\sqrt{2} = 5680$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones y compruebe para descartar las raíces extrañas.
   a) $\sqrt{r+2} + \sqrt{8r-6} = 10$
   b) $\sqrt{x^2 - 3x + 4} = 2$
   c) $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+7} = 5$
   d) $\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} - \sqrt{x+8} = 0$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por cualquier método. Compruebe el resultado.
   a) $x^2 - xy + y^2 = 3$

      $x^2 + 2xy - y^2 = 1$

   b) $x^2 + y^2 = 8$

      $x^2 - xy + 2y^2 = 16$

   c) $y^2 - x^2 = 16$

      $2y^2 - 4xy + 3x^2 = 17$

III – INDUCCIÓN MATEMÁTICA

1. Demostrar por el método de inducción matemática la relación o proporción dada, siendo "n" un número entero y positivo.
   a) $8+11+14+\cdots+(3n+5)=\frac{n(3n+13)}{2}$
   b) $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$
   c) $1+a+a^2+\cdots+a^n=\frac{a^{n+1}-1}{a-1}$; sí a **≠ 1**
   d) $1^2+3^2+5^2+7^2 \ldots +(2n-1)^2=\frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$
   e) $5+9+13+\cdots+(4n+1)=n(2n+3)$
   f) $3^{2n}+7$ es divisible por 8 ; $\forall$ n $\geq \mathbf{1}$
   g) $2+4+6+\cdots+2n=n(n+1)$
   h) $3+6+9+\cdots+3n=\frac{3}{2}n(n+1)$
   i) $2+2^2+2^3+\cdots+2^n=2(2^n-1)$
   j) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\cdots.+n(n+1)=\frac{n}{3}(n+1)(n+2)$
   k) Si a y b son números positivos tales que a>b, entonces $a^n>b^n$
   l) $1\cdot 1+2\cdot 3^2+3\cdot 5^2+\cdots+n(2n-1)^2=\frac{n}{6}(n+1)(6n^2-2n-1)$

IV – TEOREMA DEL BINOMIO

1. Efectuar el desarrollo indicado.
   a) $(x-5)^3$
   b) $(2x+3)^4$
   c) $(x^2+\frac{4}{x})^3$
   d) $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^6$

2. Resolver a) y b), escribir y simplificar los primeros cuatro términos del desarrollo de la potencia del binomio de c) y d).
   a) $\left(\frac{1}{3}-3x\right)^9$ Encontrar el 6º termino
   b) $(2x+3y)^6$ Encontrar el 5º termino
   c) $(a+2b)^5$
   d) $\left(2x^2-\frac{xy}{2}\right)^9$

3. Obtener sólo el término o términos indicados en el desarrollo correspondiente.
   a) Quinto término de $\left(\frac{a^2}{2}+\frac{2}{a^2}\right)^6$
   b) Séptimo termino de $\left(\frac{a}{2}-x\right)^{11}$
   c) Cuarto termino de $(a-2b)^9$
   d) Término central de $\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^8$
   e) Término en y^4 de $\left(\frac{2x}{3y}+\frac{3y}{2x}\right)^{10}$

V – TRIGONOMETRÍA

1. Representa gráficamente los siguientes ángulos e indica respectivamente el signo de las funciones seno y coseno evaluadas en ellos. Indique cuando sea cero y exprese los ángulos en radianes o en grados según corresponda.
   a) $\theta = 180°$ b) $\theta = \frac{7\pi}{4}$ c) $\theta = \frac{\pi}{4}$ d) $\theta = 140°$ e) $\theta = \frac{9\pi}{2}$

2. Hallar las seis funciones trigonométricas del $< AOB$ agudo, formado por segmentos AO y OB a partir de los puntos. Calcular los ángulos interiores del ΔAOB.
   a) $A\ (3,4)$, $O\ (0,0)$ y $B\ (3,0)$.
   b) $A\ (-2,1)$, $O\ (0,0)$ y $B\ (-2,0)$.

3. Simplifique las siguientes expresiones.
   a) $\frac{\cos\theta}{1+\operatorname{sen}\theta}$ b) $\frac{\operatorname{sen} 4\theta}{1+\cos 4\theta}$ c) $\sin\theta(\csc\theta - \tan\theta cos\theta)$
4. Demuestra las siguientes identidades
   a) $\sec^2 t - \csc^2 t = \tan^2 t - \cot^2 t$
   b) $\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{1+senx}{\cos x}$

5. Encontrar el valor exacto de:
   a) $\cos 105°$ b) $\cos 15°$

6. Demuestra que $\csc 2\,x = \frac{1}{2}\sec x \csc x$
7. Demuestra que $\cos 3\,x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

8. Verifica las siguientes identidades:

a) $\frac{2\tan x}{\tan 2x} = 1 - \tan^2 x$

b) $\sin 3\,x + \sin x = 2\sin 2\,x \cos x$

VI – NÚMEROS COMPLEJOS

1. Calcular los valores reales de "x" e "y" que cumplen con la relación dada.
   a) $x + 2 + 7i = yi - 2xi$
   b) $7x - 2yi = 14 + 4i$
2. Efectúa las operaciones indicadas y expresa el resultado en forma canónica.
   a) $\left(5 + 2\sqrt{-9}\right) + \left(\sqrt[3]{-27} + 4\sqrt{-25}\right)$
   b) $\left(3 + 2\sqrt{3}i\right) - \left(3\sqrt{3}i + 4\right) + \left(5\sqrt{-3} + 7\right)$
   c) $(3 - i)(2 + i)(7 - i)$

3. Simplifique.
   a) i^{102} b) i^{245} c) $i^{25} - 4i^{19} - 8i^{16} + 5i^{9}$

4. Efectuar las operaciones indicadas tanto algebraicamente como gráficamente.
   a) $(3 + 2i) - 5$
   a) $(5 + i) + (-3 - 2i) + (1 + 3i)$
   b) $(2 - 7i) + 4i$

5. Escribir los siguientes números complejos en forma polar.
   a) $1 + i$
   b) $-4 - 4\sqrt{3}i$
   c) -7

6. Si el punto P_1 representa un numero complejo y el punto P_2 representa el negativo de ese número, demostrar que el segmento P_1P_2 pasa por el origen O y queda dividido por O en dos partes iguales.

7. Demostrar algebraicamente que el módulo del producto de dos números complejos es igual al producto de sus módulos.

VII – PROGRESIONES

1) Escribir los 5 primeros términos de la progresión aritmética para:
   a) $a_1 = 5x - 5, d = x + 1$
   b) $a_1 = -1, d = {}^{2}/_{3}$

2) Hallar $a_n \; y \; S_n$ en los incisos a) y b) para el número de términos indicados y para el inciso c) y d) seguir las instrucciones indicadas.
   a) $3,5,7,9, \ldots$ hasta 12 términos.
   b) $2, 6, 10, 14, 18$ … hasta 6 términos
   c) Dado $a_1 = 2,\; a_{10} = -1024, n = 10, encontrar\; d \; y \; S_n$
   d) Dado $a_1 = 11,\; d = -2,\; S_n = -28, encontar\; a_{11}$

3) Insertar 5 medios aritméticos entre 9 y -3; y un medio aritmético entre 7 $y - 11$

4) Se dan tres de los cinco elementos de una progresión aritmética. Calcular los otros dos elementos.
   a) $a_1 = -3,\; a_n = 8,\; s_n = 30$
   b) $n = 11,\; d = 2,\; s_n = -44$
   c) $a_n = 9,\; d = 3,\; s_n = -66$

5) Interpolar.
   a) Interpolar cinco medios aritméticos entre –4 y 8
   b) Interpolar cuatro medios armónicos entre $\frac{1}{7}$ y $-\frac{1}{3}$

6) En la progresión geométrica 1, 2, 4, …, hallar el séptimo termino y la suma de los siete primeros elementos.

7) Tres números están en progresión armónica siendo el tercero el doble del primero. Si el primer número se disminuye en 1, el segundo se aumenta en $\frac{1}{3}$ y el tercero se aumenta en 5, los resultados están en progresión geométrica. ¿Cuáles son los tres números?

8) La suma de una progresión geométrica infinita es de $21\frac{1}{3}$. Si el primer término es de 16, hallar el quinto termino.

9) Encuentra el décimo término de la siguiente progresión armónica $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}$.

10) El segundo término de una progresión armónica es $\frac{1}{5}$ y el octavo es $\frac{1}{23}$. Calcula el quinto término.

11) Calcular la suma de la progresión geométrica infinita dada.
   a) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots, \frac{1}{100000}$
   b) $3, \sqrt{3}, 3\frac{3}{9}, \ldots$

12) Hallar la fracción común equivalente a la fracción común equivalente a la fracción decimal periódica dada y comprobado el resultado.
   a) $.1\ddot{2}3$
   b) $1.\ddot{2}1$

13) Si a, b, c están en progresión aritmética y b,c,d están en progresión armónica, demostrar que ad=bc.

VIII – TEORÍA DE ECUACIONES

1. Usando el teorema del residuo calcular el residuo de la división.
   a) $(3x^3 - 4x^2 + 2x - 7) \div (x - 2)$
   b) $(2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - x + 3) \div (2x + 1)$

2. Usando el teorema del factor, verificar si la primera expresión es factor de la segunda.
   a) $x - 3; x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$
   b) $x + 3;\ x^3 + 3x^2 - x - 3$

3. Usando división sintética obtener el cociente y el residuo al dividir:
   a) $(15x^3 - 34x^2 + 9x + 10) \div (3x - 5)$
   b) $(x^4 + 3x^3 - 3x - 9) \div (x + 3)$
   c) $(5x^4 - 9x^3 - 23x^2 + 36x + 12) \div (x - 2)$

4. En cada uno de los ejercicios, hallar toda la información posible acerca de la naturaleza de las raíces de la ecuación dada, por medio de la regla de Descartes.
   a) $3x^3 + 9x^2 - 7x + 4 = 0$
   b) $x^5 + 3x^3 + 5x = 0$
   c) $4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0$

5. Hallar todas las raíces de la ecuación dada
   a) $2x^4 - x^3 - 4x^2 + 10x - 4 = 0$
   b) $2x^3 - 9x^2 + 12x - 4 = 0$
   c) $6x^4 + 11x^3 - 8x^2 + 37x - 6 = 0$

6. Transformar la siguiente ecuación en otra, cada una de cuyas raíces sea igual al doble de la raíz correspondiente de la ecuación dada.
   a) $x^4 - 5x^3 - x + 5 = 0$