I – DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

1. Verificar si los siguientes puntos son o no colineales.
   a) $A(a,0), B(2a,-b), C(-a,2b)$
   b) $A(-7,-10), B(-1,-1), C(1,2)$
   c) $A(0,6), B(2,7), C(-3,3)$
2. Indique si los puntos dados forman un triángulo rectángulo, isósceles, equilátero o escaleno. Y obtener el perímetro para cada triángulo. Si es un triángulo rectángulo calcular su área. Dibuje una figura para cada inciso.
   a) $A(2,-2), B(-8,4), C(5,3)$
   b) $D(0,9), E(-4,-1), F(3,2)$
   c) $G(-2,-1), H(2,2), I(5,-2)$
   d) $J(2,5), K(8,-1), L(10,7)$
3. Los vértices de un triángulo son $A(3,8), B(2,-1) y\ C(6,-1)$. Si D es el punto medio del lado BC, calcular la longitud de la mediana AD. Dibuje la figura.
4. Resuelve los siguientes problemas. Dibuje una figura para cada inciso.
   a) Demostrar que los puntos $A(0,1), B(3,5), C(7,2) y\ D(4,-2)$ son los vértices de un cuadrado.
   b) Demostrar que los puntos $A(1,1), B(3,5), C(11,6) y\ D(9,2)$ son los vértices de un paralelogramo.
   c) Determinar la ecuación algebraica que expresa el hecho de que un punto (x,y) equidista de los puntos$(-3,5) y\ (7,-9)$.
5. Hallar los puntos de trisección y el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos $A(-2,3)\ y\ B(6,-3)$. Dibuje la figura.

II – PENDIENTE Y RAZÓN

1. Hallar la pendiente e inclinación de la recta que pasa por los puntos dados. Dibuje una figura para cada inciso.
   a) $A\left(2,\sqrt{3}\right), B(1,0)$
   b) $C(-1,2), D(3,6)$
   c) $E(-3,2), F(7,-3)$
2. Hallar los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son los puntos dados. Dibuje una figura para cada inciso y mencione el tipo de triángulo.
   a) $A(-2,1), B(3,4), C(5,-2)$
   b) $D(1,1), E(5,3), F(6,-4)$
3. Dado que las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo son $A(2,5), B(4,2) y\ C(1,1)$. Hallar las coordenadas de sus vértices y las pendientes de cada uno de sus lados. Dibuje la figura.
4. Hallar la pendiente de la recta que forma un ángulo de $60°$ con la recta que pasa por $A(2,7)\ y\ B(5,3)$. Dibuje la figura.
5. Demostrar que la recta que pasa por los puntos $A(-2,5)\ y\ B(4,1)$, es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $C(-1,1)\ y\ D(3,7)$. Dibuje la figura.
6. Demostrar que los tres puntos $A(2,5)\ B(8,-1) y\ C(-2,1)$ son los vértices de un triángulo rectángulo, y hallar sus ángulos agudos. Dibuje la figura.

III – GRÁFICAS DE FUNCIONES

1. Estudiando intercepciones con los ejes coordenados, simetrías, extensiones y asíntotas, trazar la gráfica de la ecuación dada.
   a) $x^4 - 9x^2 - y = 0$
   b) $4x^2 + 3y^2 - 12 = 0$
   c) $4y^2 - x = 0$
   d) $4x^2 - y^2 - 2y - 2 = 0$
   e) $y^2 - 9x^2 - 18x - 8y - 2 = 0$
   f) $x^2y - xy - 2y - 2 = 0$
2. Factorizar la ecuación correspondiente y trazar la gráfica:
   a) $x^3 - x^2y - 2xy^2 = 0$
   b) $x^2y^2 - 4x^3 + 4xy^2 - y^4 = 0$
   c) $x^3 + x^2 + 2xy^2 + 2y^2 - 4x - 4 = 0$
3. Hallar analítica y gráficamente los puntos de intersección, cuando los haya, para las curvas dadas.
   a) $x + 4y + 7 = 0; 2x - 3y - 8 = 0$
   b) $y^2 - x = 0;\ 2x - y - 6 = 0$
   c) $x^2 + y^2 = 13; xy = 6$

IV – LUGAR GEOMÉTRICO

1. En cada uno de los ejercicios se recomienda, después de hallar el lugar geométrico, se construya la curva.
    a) Un punto que se mueve de tal manera que su distancia al origen es siempre igual a 2. Dar su interpretación geométrica.
    b) Un punto que se mueve de tal manera que su distancia al punto $A(2,3)$es siempre igual a 5. Dar su interpretación geométrica.
    c) Un punto que se mueve de tal manera que se conserva siempre equidistante de los puntos $A(1,-2)\ y\ B(5,4)$. Dar su interpretación geométrica.
    d) Un punto que se mueve de tal manera que su distancia al eje X es siempre igual a la distancia del punto$A(0,4)$. Dar su interpretación geométrica.
    e) Un punto que se mueve de tal manera que la suma de sus distancias de los puntos $A(0,-3)\ y\ B(0,3)$ es siempre 8. Dar su interpretación geométrica.
    f) Un punto que se mueve de tal manera que la diferencia de sus distancias de los puntos $A(0,-3)\ y\ B(0,3)$ es siempre 4. Dar su interpretación geométrica.

V – LÍNEA RECTA

1. Hallar la ecuación de las rectas que pasan por el punto $A\ (1,5)$ y tienen los siguientes ángulos de inclinación:
   a) $45°$ b) $30°$ c) $60°$
2. Los vértices de un cuadrilátero son $A\ (0,0)$, $B\ (2,4)$, $C\ (6,7)$ y $D\ (8,0)$. Halle las ecuaciones de sus lados. Exprese la ecuación de la forma simétrica del lado BC. Dibuje la gráfica.
3. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que los ejes coordenados determinan en la recta $5x + 3y - 15 = 0$.
4. Para el triángulo cuyos vértices son los puntos $A\ (-6, 6)$, $B\ (1, 5)$ y $C\ (-1, -3)$ halle lo siguiente:
   a) ecuaciones de sus alturas.
   b) ecuaciones de sus medianas.
   c) ecuaciones de sus mediatrices.
5. Determine si las siguientes dos rectas son paralelas, perpendiculares, coincidentes o si sólo se cortan en un punto.
   a) $l_1: 5x - y - 11 = 0$; $l_2: x + 3y + 1 = 0$
   b) $l_1: x - 2y - 1 = 0$; $l_2: 2x + y - 4 = 0$
   c) $l_1: 3x - y = 5$; $l_2: 6x - 2y + 7 = 0$
6. Hallar la ecuación de una recta en la forma normal siendo $w = 30°$ y $p = 6$.
7. Reducir la ecuación $12x - 5y - 52 = 0$ a la forma normal, y hallar los valores de "w" y "p".

VI – FAMILIAS DE RECTAS

1. Escriba la ecuación de la familia de rectas que cumplen con la condición dada.
   a) Tiene pendiente igual a $-1/2$.
   b) Pasan por el punto$A(-3,2)$.
   c) La ordenada al origen es -4.
   d) La suma de las coordenadas al origen sea 6.
   e) De abscisa al origen igual a $3/2$.
2. Sin obtener las coordenadas del punto de intersección, hallar la ecuación:
   a) Pasa por el origen y la intersección de las rectas $l_1: 3x + 2y - 14 = 0$ y $l_2: x - 3y - 1 = 0$.
   b) Intersección de las rectas $l_1: 2x + 5y - 9 = 0$ y $l_2: x - 3y + 1 = 0$ y su distancia al origen es 2.
3. Halle la ecuación de la familia que pasa por el punto de intersección de las rectas $l_1: 2x + y + 2 = 0$ y $l_2: x + y + 1 = 0$.
   a) Elemento de la familia perpendicular a la recta $l_1: 3x - 2y = -5$.
   b) Elemento de la familia que pasa por el punto $A\ (-1,3)$.
   c) Elemento de la familia que es paralelo a la recta $l_1: 4x + 3y + 5 = 0$.
   d) Elemento de la familia cuya distancia al origen es 1.

VII – CIRCUNFERENCIA

1. Determine si la ecuación dada representa o no una circunferencia. Si lo es, halle el centro, el radio y su gráfica.
   a) $13x^2 + 13y^2 + 24x - 68y - 30 = 0$
   b) $x^2 + y^2 - 16x - 48y + 160 = 0$
   c) $4x^2 + 4y^2 + 28x + 53 = 0$
   d) $2x^2 + 2y^2 + 4x = 0$
   e) $x^2 + y^2 + 2y = 0$
2. Hallar la ecuación de la circunferencia descrita por las condiciones dadas.
   a) Tiene su centro en $C(4,2)$y pasa por$A(7,4)$.
   b) Es tangente a las rectas $5x - 12y + 5 = 0$, $4x + 3y - 3 = 0$, y tiene su centro sobre la recta $7x - 2y - 1 = 0$.
   c) Pasa por los puntos $A(5,3)$, $B(6,2)$ y $C(3,-1)$.
   d) Pasa por el punto $A(2,-1)$ y es tangente a la recta $3x - 2y - 6 = 0$ en el punto $B(4,3)$.
   e) Un diámetro es el segmento que une los puntos $P(5,-1)$ y $Q(-3,7)$.
3. Halle la ecuación de la familia de circunferencias que pasan por las intersecciones de las circunferencias:
   $C_1: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$ y $C_2: x^2 + y^2 - 18x - 4y + 67 = 0$
   a) Halle el elemento de la familia que pasa por el punto $A(-8,5)$.
   b) Halle el elemento de la familia cuyo centro esta sobre el eje Y.
   c) Halle el elemento de la familia cuyo centro esta sobre el eje X.
   d) Halle el elemento de la familia cuyo centro está en la recta $l_1: y = x$.
   e) Halle el eje radical.
4. Hallar la ecuación de la tangente a $C_1: x^2 + y^2 + 2x - 2y - 39 = 0$ en el punto $A(4,5)$.

VIII – TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

1. Transfórmese la ecuación dada trasladando los ejes coordenados al nuevo origen indicado.
   a) $4x^2 - y^2 - 8x - 10y - 25 = 0; O(1, -5)$
   b) $3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + 8 = 0; O(-2,1)$
   c) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0; O(-1,3)$
2. Por una traslación de ejes, transforme la ecuación dada de modo que carezca de términos de primer grado.
   a) $2x^2 + y^2 + 16x - 4y + 32 = 0$
   b) $3x^2 - 2y^2 - 42x - 4y + 133 = 0$
   c) $3x^2 + 2y^2 + 18x - 8y + 29 = 0$
3. Hallar la transformada de la ecuación dada al girar los ejes coordenados un ángulo igual al indicado.
   a) $x^2 - 2xy + y^2 - x = 0;\ \theta = 45°$
   b) $\sqrt{3}y^2 + 3xy - 1 = 0;\ \theta = 60°$
4. Por una rotación de ejes, transforme la ecuación dada de modo que carezca del término "xy".
   a) $9x^2 + 3xy + 9y^2 = 5$
   b) $2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$
   c) $16x^2 + 24xy + 9y^2 + 25x = 0$

IX – PARÁBOLA

1. En cada uno de los siguientes ejercicios, hallar las coordenadas del foco, vértice, la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto para la ecuación dada, y dibujar la gráfica correspondiente.
    a) $y^2 - 8x - 8y + 64 = 0$
    b) $6y^2 - 12x = 0$
    c) $x^2 - 2x - 6y - 5 = 0$
    d) $x^2 - 6x - 4y = -17$
2. Halle la ecuación de la recta tangente a la parábola $y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$ que es perpendicular a la recta $2x + y + 7 = 0$.
3. Hallar los puntos de intersección de la parábola $P: y = x^2 - x - 1$ y la recta $l_1: y = x + 1$.
4. Con referencia a la parábola $P: x^2 + 4x - y + 3 = 0$, encuentre los valores de "k" para los cuáles las rectas de la familia $3x + y = 2k$ cumplen con las condiciones requeridas:
    a) Cortan a la parábola en dos puntos diferentes.
    b) Son tangentes a la parábola.
5. Representa la siguiente región: $y - x^2 + 4 < 0$; $y^2 + x < 0$.
6. Del punto $A(-1, -1)$, se trazan dos tangentes a la $P: y^2 - x + 4y + 6 = 0$. Hallar el ángulo agudo formado por estas rectas.

X – ELIPSE

1. Reducir la ecuación dada la forma ordinaria de la ecuación de la elipse, hallar sus elementos y trazar la gráfica correspondiente.
    a) $27x^2 + y^2 + 108x - 10y + 52 = 0$
    b) $9x^2 + y^2 - 18x + 1 = 2y$
    c) $x^2 + 27y^2 - 6x + 162y + 171 = 0$
2. Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones dadas:
    a) $e = \frac{1}{6}, V\left(3, \frac{-5}{2}\right), C(3, -1)$.
    b) $V(-1,3), V'(5,3)$ y $LLR = \frac{8}{3}$.
    c) $F\left(0, \sqrt{7}\right), F'(0, -\sqrt{7})$, longitud del eje menor $\sqrt{3}$.
    d) Pasa por los puntos $P_1(2,1)$, $P_2(-1,3)$, $P_3(2,5)$, $P_4(5,3)$ y sus ejes son paralelos a los ejes coordenados.
3. Halle la ecuación de la parábola que abre hacia abajo, tiene vértice en el centro de la elipse $E: 3x^2 + 2y^2 + 24x - 32y + 17 = 0$, y pasa por el punto $A(-2,0)$.
4. Halle la ecuación de la recta tangente a la elipse $E: 4x^2 + 5y^2 = 8$, que es paralela a la recta $l: 2x - y = 2$.
5. Hallar intersecciones de la elipse $E: x^2 + 4y^2 = 20$ y la recta $l_1: x + 2y = 6$.

XI – HIPÉRBOLA

1. Reducir la ecuación a la segunda forma ordinaria de la ecuación de la hipérbola, hallar sus elementos y trazar su gráfica.
   a) $9y^2 - 16x^2 - 54y + 64x - 127 = 0$
   b) $3x^2 - 2y^2 + 12x + 2y - 14 = 0$
   c) $7y^2 - 25x^2 = 175$
   d) $16x^2 - 4y^2 - 160x + 24y + 300 = 0$
2. Encuentre la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones:
   a) $V(1,7)$, $V'(1,-3)$ y $F(1,9)$, $F'(1,-5)$.
   b) $C(-5,3)$, $V(-9,3)$ y una asíntota $l: x + 2y - 1 = 0$.
   c) Eje focal 6 y distancia focal $2\sqrt{34}$.
   d) $V(-4,1)$, $C(-4,5)$, y excentricidad $e = \frac{5}{4}$.
3. Halle la ecuación de la recta tangente a la hipérbola $H: 7x^2 - 12y^2 = -80$ que es perpendicular a la recta $l: 6x - y = 4$.
4. Determine los valores de "m" para que la recta $l: y = \frac{5x}{2} + m$ cumpla con las condiciones dadas:
   a) Corte a la hipérbola $H: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$.
   b) Es tangente a ella.

XII – ECUACIÓN GENERAL DE SEGUNDO GRADO

1. Halle la nueva ecuación transformada cuando los ejes coordenados se giran el ángulo indicado.
   a) $2x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}xy + 4y = 2\ ;\ \theta = \frac{\pi}{6}$
   b) $x - y = 3\ ;\ \theta = \frac{\pi}{3}$
   c) $2x^2 + 9y^2 - 24y + 5x = 3\ ;\ \theta = \sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$.
2. Mediante una rotación de los ejes coordenados transforme la ecuación dada en otra que no contenga término en "xy".
   a) $2x^2 + 2y^2 + 2xy = 3$
   b) $3x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}xy + 4y = 2$
   c) $2x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x + 3y = 18$
3. Identifique el tipo de cónica representado por la ecuación dada. Reduzca la ecuación a su forma canónica y trace la gráfica correspondiente.
   a) $4x^2 - 24xy + 11y^2 + 56x - 58y + 95 = 0$
   b) $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2\sqrt{2}x - 6\sqrt{2}y + 2 = 0$
   c) $3x^2 - 4xy - 4y^2 + 16x + 16y - 12 = 0$
   d) $\frac{7}{2}x^2 + xy + \frac{7}{2}y^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2}y = 0$
   e) $x^2 + 6xy + 9y^2 = 0$