

## I – ANTIDERIVADAS

1. Realice la antiderivación y compruebe el resultado calculando la derivada de la respuesta.

a)  $\int 10w\sqrt{w} dw$

b)  $\int \left( \frac{k^{-1} + k^{-2} + k^{-3}}{k^2} \right) dk$

c)  $\int \left( \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$

d)  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

e)  $\int (2 \csc \theta \cot \theta - 5 \sec^2 \theta) d\theta$

f)  $\int (3 \csc^2 t - 2 \sec t \tan t + 2\sqrt[3]{t}) dt$

g)  $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$

h)  $\int (4 \cot^2 \theta - 7 \tan^2 \theta) d\theta$

i)  $\int \left( \frac{\tan \theta - 2 \cos^2 \theta}{\cos \theta} \right) d\theta$

j)  $\int (\sqrt[3]{x^2} - \csc x \cot x) dx$

2. Encontrar la función que cumpla con las condiciones dadas.

a) Pasa por el punto  $A(4,2)$  y  $g'(x) = 3x + 1$ .

b) Pasa por el punto  $B\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right)$  y con  $h'(x) = 1 - \sin x$ .

c)  $w''(x) = 12x + 6$ ;  $w'(1) = 10$  y  $w(1) = -5$ .

d) La recta  $l_t: x - y + 2 = 0$ , es tangente a la curva en  $D(1,3)$ , con  $f''(x) = 6x$ .

## II – TÉCNICAS DE ANTIDERIVACIÓN

1. Usando la Regla de la cadena para antiderivación, encuentre la antiderivada en cada caso. Verifique derivando el resultado.

a)  $\int (1 + z^2)^5 2z dz$

b)  $\int x^2(7 - 2x^3)^4 dx$

c)  $\int \theta \sin(\theta^2) d\theta$

d)  $\int \frac{w}{(1+w^2)^4} dw$

2. Encuentre la antiderivada realizando sustituciones. Compruebe el resultado derivando.

a)  $\int \frac{\sin \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$

b)  $\int \frac{1}{v^2} \sqrt{1 + \frac{1}{v}} dv$

c)  $\int \cos \theta \sin^7 \theta d\theta$

d)  $\int \frac{x}{\sqrt{x+5}} dx$

3. Encuentre la antiderivada de  $\int \tan \theta \sec^2 \theta d\theta$  usando la sustitución:

a)  $u = \tan \theta$

b)  $v = \sec \theta$

c) Explique la aparente diferencia en las respuestas de a) y b).

4. Encuentre la antiderivada de  $\int \frac{(\sqrt{x}+1)^3}{\sqrt{x}} dx$  siguiendo el método indicado:

a) Usando la sustitución:  $u = \sqrt{x}$ .

b) Desarrollando el binomio al cubo y multiplicando por  $x^{-1/2}$ .

c) Explique la aparente diferencia en las respuestas de a) y b).

### III – ÁREA

1. Calcule la suma o exprese en función de “ $n$ ”, usando teoremas.

a)  $\sum_{i=1}^{30} i(i+1)^2$

b)  $\sum_{i=1}^n (2-i)^2$

c)  $\sum_{i=1}^{400} (\sqrt{i} - \sqrt{i-1})$

d)  $\sum_{i=1}^n (10^{i+1} - 10^i)$

e)  $\sum_{i=1}^n (2^i - 2^{i-1})$

2. Evalúe los siguientes límites:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left[ 2 + \frac{12(i-1)^2}{n^2} \right] \frac{2}{n}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left( 1 + \frac{i}{n} \right)^3 \frac{1}{n}$

3. Usando la definición de área de una región plana, determine el área de la región

limitada por:

a)  $y = 1 - x^2; y = 0; x \in [-1,0]$ . Use rectángulos inscritos.

b)  $y = x^3 - 1; y = 0; x \in [1,3]$ . Use rectángulos circunscritos

## IV – TEOREMAS FUNDAMENTALES DEL CÁLCULO

1. Calcule las derivadas siguientes:

a)  $\frac{d}{dx} \int_2^x \frac{1}{3+t^2} dt$

b)  $\frac{d}{dx} \int_1^{x^2} \sin t dt$

c)  $\frac{d}{dx} \int_{3x-1}^0 \sqrt{4t+1} dt$

d)  $\frac{d}{dx} \int_{x+1}^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt$

e)  $\frac{d}{dx} \int_{-x}^x \cos(t^2 + 1) dt$

2. Evalúe.

a)  $\int_{-1}^1 (7x^{4/3} + 8x^{1/3}) dx$

b)  $\int_0^4 \frac{1}{9+6x+x^2} dx$

c)  $\int_{-8}^3 \sqrt{1+|x|} dx$

d)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\sin \theta)}{(\theta+\cos \theta)^2} d\theta$

e)  $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} 3 \csc^2 2\alpha d\alpha$

f)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 2w + \cos 3w) dw$

3. Determine:  $\int_4^{16} [D_x \int_5^x (2\sqrt{t} - 1) dt] dx$

4. Calcule el área de la región acotada por las curvas:

a)  $f(x) = x^2 - 1$  y  $g(x) = 2x + 2$ .

b)  $f(x) = -x^2$  y  $g(x) = -4$ .

c)  $f(x) = x^2 - 4x$  y  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ .

d)  $f(x) = \sin x$  y  $g(x) = \cos x$ ; para  $x \in [0, \pi/2]$ .

## V – VOLÚMENES

1. Obtenga el volumen del sólido generado al girar alrededor del eje indicado, la región acotada correspondiente.

a)  $y = x^{2/3}$ ;  $y = x^2$ ; girando alrededor de  $y = -1$ .

b)  $y = x - 2$ ;  $y^2 = x$ ; girando alrededor  $y = 2$ .

c)  $y^2 = x^3$ ;  $y = 8$ ;  $x = 0$ ; girando alrededor  $y = 0$ .

d)  $y^2 = x^3$ ;  $y = 8$ ;  $x = 0$ ; girando alrededor  $x = 0$ .

e)  $y^2 = x^3$ ;  $y = 0$ ;  $x = 4$ ; girando alrededor  $y = 0$ .

f)  $y^2 = x^3$ ;  $y = 0$ ;  $x = 4$ ; girando alrededor  $x = 0$ .

g)  $y = 3x - x^3$ ;  $x = 0$ ;  $y = 2$  girando alrededor  $x = -1$

h)  $y = 3x - x^3$ ;  $x = 0$ ;  $y = 2$  girando alrededor  $x = 2$

2. Calcular la longitud de la curva dada en el intervalo indicado.

a)  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ ;  $x \in [2,4]$ .

b)  $g(x) = 2\sqrt{(x+1)^3} - 1$ ;  $x \in [-1,0]$ .

## VI – FUNCIONES INVERSAS Y TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

1. Demostrar que las funciones dadas son inversas y en el mismo sistema de coordenadas trazar sus gráficas.

a)  $f(x) = 7x + 5; g(x) = \frac{1}{7}(x - 5)$ .

b)  $f(x) = x^2 - 1; g(x) = \sqrt{x + 1}$ .

c)  $f(x) = x^3 + 1; g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ .

2. Encontrar la inversa, señale dominio y rango. Grafique ambas funciones.

a)  $f(x) = (9 - x)^3$

b)  $f(x) = \frac{x-1}{x-4}$

c)  $f(x) = \frac{1}{1+8x^3}$

3. Sin obtener la inversa, determinar el punto de la gráfica de  $f^{-1}$  en el valor indicado de "x". Halle una ecuación de la recta tangente a  $f^{-1}$  en ese punto.

a)  $f(x) = \frac{2x+1}{4x-1}; x = 0$

b)  $f(x) = (x^5 + 1)^3; x = 1$

c)  $f(x) = 8 - 6\sqrt[3]{x + 2}; x = -3$

d)  $f(x) = 6 - x - x^3; x = 2$

4. Calcular  $f^{-1}(d)$ , si:

a)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x - 7; d = 5$

b)  $f(x) = \frac{2x+1}{4x+1}; d = -1$

c)  $f(x) = \int_x^2 t dt; x < 0; d = -6$

d)  $f(x) = \int_2^{7x} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt; d = 0$

5. Calcule las derivadas de las funciones:

a)  $f(t) = 2 \cos^{-1} \sqrt{t} + 3 \sin^{-1} \frac{1}{t}$

b)  $g(x) = x \tan^{-1} x - \sec^{-1} \sqrt{x}$

6. Encuentre la antiderivada.

a)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$

b)  $\int \frac{1}{x^2+4x+6} dx$

c)  $\int \frac{1}{x\sqrt{9x^2-1}} dx$

## VII – FUNCIONES LOGARÍTMICAS, EXPONENCIALES E HIPERBÓLICAS

1. Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \log_2 \left( \frac{x-1}{x+2} \right)$

b)  $g(x) = x^x + 6^{-3x}$

c)  $h(z) = \frac{\log_3 z}{z} - \sec 3z^2$

d)  $w(t) = \sinh \sqrt{t} + \cosh t^3$

e)  $v(x) = \tanh^{-1}(\cos x)$

2. Evalúe la integral indefinida.

a)  $\int 2^t e^t dt$

b)  $\int x^2 4^{x^3} dx$

c)  $\int \frac{10^{\ln 1/v}}{v} dv$

d)  $\int x \cosh x^2 \sinh x^2 dx$

e)  $\int \coth^2 2z dz$

f)  $\int \tanh 2x \ln(\cosh 2x) dx$

3. Exprese la integral indefinida en términos de una función hiperbólica inversa y como un logaritmo natural.

a)  $\int \frac{1}{\sqrt{4+r^2}} dr$

b)  $\int \frac{1}{25-t^2} dt$

## VIII – INTEGRACIÓN POR PARTES

1. Evalúe la integral indefinida. Verifique la respuesta mediante diferenciación.

a)  $\int w e^{2w} dw$

b)  $\int t^2 \cos 3t dt$

c)  $\int \sin^{-1} \theta d\theta$

d)  $\int x \sec^2 2x dx$

e)  $\int \sin(\ln r) dr$

f)  $\int \ln(u^2 + 1)^2 du$

2. Calcule el valor exacto de la integral definida.

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta \tan^{-1} \theta d\theta$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^w \cos w dw$

c)  $\int_{-1}^2 \ln(x + 2) dx$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \alpha \ln(\cos \alpha) d\alpha$



## IX – INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS

1. Evalúe la integral indefinida.

a)  $\int \cos w \cos 2w \, dw$

b)  $\int \sin 2t \cos 3t \, dt$

c)  $\int e^\theta \tan^4 e^\theta \, d\theta$

d)  $\int \sec^3 2x \, dx$

e)  $\int \frac{1}{1+\cos r} \, dr$

f)  $\int (\sec 3u + \csc 3u)^2 \, du$

2. Calcule el valor exacto de la integral definida.

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \theta \, d\theta$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^3 w \cos^2 w \, dw$

c)  $\int_0^1 \sin^3 \left( \frac{1}{2} \pi x \right) \, dx$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \left( \frac{1}{2} \alpha \right) \cos^2 \left( \frac{1}{2} \alpha \right) \, d\alpha$

## X – INTEGRACIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS MEDIANTE SUSTITUCIÓN TRIGONOMÉTRICA

1. Evalúe la integral indefinida.

a)  $\int \frac{\sqrt{9-w^2}}{w^2} dw$

b)  $\int \frac{t^2}{\sqrt{2+t^2}} dt$

c)  $\int \frac{e^{-v}}{(4e^{-2v}+1)^{3/2}} dv$

d)  $\int \frac{1}{(x^2-6x+18)^{3/2}} dx$

e)  $\int \frac{\sec^2 r}{\sqrt{9-\tan^2 r}} dr$

f)  $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2+25}} du$

2. Calcule el valor exacto de la integral definida.

a)  $\int_{\sqrt{3}}^{3\sqrt{3}} \frac{1}{z^2\sqrt{z^2+9}} dz$

b)  $\int_0^5 w^2\sqrt{25-w^2} dw$

c)  $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{(e^{2x}+8e^x+7)^{3/2}} dx$

d)  $\int_0^1 \frac{\sqrt{16-e^{2v}}}{e^v} dv$

## XI – INTEGRACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES

1. Evalúe la integral indefinida.

a)  $\int \frac{w^2+4w-1}{w^3-w} dw$

b)  $\int \frac{\sec^2 t(1+\sec^2 t)}{1+\tan^3 t} dt$

c)  $\int \sec \theta d\theta$ ; (Sugerencia: multiplique y divida por "  $\cos \theta$  ")

d)  $\int \frac{1}{9x^4+x^2} dx$

e)  $\int \frac{e^{5r}}{(e^{2r}+1)^2} dr$

f)  $\int \frac{\cos u}{\sin u + \sin^3 u} du$

2. Calcule el valor exacto de la integral definida.

a)  $\int_0^4 \frac{z+4}{2z^2+5z+2} dz$

b)  $\int_1^3 \frac{w^2-4w+3}{w^3+2w^2+w} dw$

c)  $\int_1^4 \frac{2x^2+13x+18}{x^3+6x^2+9x} dx$

d)  $\int_0^1 \frac{t}{t^3+2t^2+t+2} dt$

## XII – INTEGRACIÓN MEDIANTE OTRAS TÉCNICAS DE SUSTITUCIÓN

1. Evalúe la integral indefinida.

a)  $\int \frac{\sqrt{w}}{1+\sqrt[3]{w}} dw$

b)  $\int \frac{t^3}{\sqrt[3]{t^2+4}} dt$

c)  $\int \frac{8}{1+\tan \theta} d\theta$

d)  $\int \frac{1}{5 \sin x+3} dx$

e)  $\int \frac{r^2}{(1-r)^2} dr$

f)  $\int \csc u du$  ; (use la sustitución  $z = \tan \frac{x}{2}$ )

2. Calcule el valor exacto o aproximado (seis dígitos significativos) de la integral definida.

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1-\sin \theta+\cos \theta} d\theta$

b)  $\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{w}} dw$

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2+\cos x} dx$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3+\cos 2\alpha} d\alpha$