

I – ECUACIONES CUADRÁTICAS

1. Resolver las ecuaciones siguientes usando cualquier método, excepto Fórmula General.
 - a) $49az^2 - 25a^3 = 0$, (para “z” en términos de “a”)
 - b) $\frac{1}{w+2} - \frac{1}{w} = \frac{1}{2}$
 - c) $9y^2 - 6y + 1 = 0$
 - d) $x^2 = 3x + 4$
2. Transforma la expresión dada en otra, de modo que contenga un Trinomio Cuadrado Perfecto.
 - a) $x^2 + 20x + 75$
 - b) $4w^2 + 2w - 1$
 - c) $z^2 + 4z + 1$
3. En las siguientes ecuaciones despejar “y” en términos de “x”. Simplifique.
 - a) $xy^2 - 9x - y - 1 = 0$
 - b) $x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 6y + 3 = 0$
4. Resuelve los siguientes problemas
 - a) Conociendo que $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$, calcular “n” sabiendo que:
 $1 + 2 + \dots + n = 1275$
 - b) El producto de dos números consecutivos menos el menor, es 400. Encontrar los números.
 - c) Un rectángulo tiene una base de $(x + 1)$ y una altura de $(x - 4)$. Calcule su perímetro si el área es de $24u^2$.

II – SISTEMAS DE ECUACIONES Y FORMAS CUADRÁTICAS

1. Resolver la ecuación dada como una ecuación de forma cuadrática.

a) $2t^4 + 17t^2 - 9 = 0$

b) $x^2 - \frac{1}{a^2} = a^2 - \frac{1}{x^2}$, (para "x" en términos de "a")

c) $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} - 2\sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = 1$

d) $2x^2 + 2x - 3\sqrt{x^2 + x + 3} - 3 = 0$

e) $\frac{1+\sqrt{1+s^2}}{s} + \frac{s}{1+\sqrt{1+s^2}} - 2\sqrt{2} = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones y compruebe para descartar las raíces extrañas.

a) $\sqrt{x+6} + \sqrt{x-2} = 4$

b) $\sqrt{z-3} - \sqrt{2z+2} + 2 = 0$

c) $\sqrt{x - \sqrt{1-x}} + \sqrt{x} = 1$

d) $\sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{6x}}} = 2$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por cualquier método. Compruebe el resultado.

a) $2x^2 - xy - y^2 = 44$

$$xy + 3y^2 = 80$$

b) $x^3 + y^3 = 28$

$$x + y = 4$$

c) $x^3 - y^3 = 56$

$$x^2 + xy + y^2 = 28$$

III – INDUCCIÓN MATEMÁTICA

1. Demostrar por el método de inducción matemática la relación o proporción dada, siendo "n" un número entero y positivo.

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

b) $3 + 6 + 9 + \dots + 3n = \frac{3}{2}n(n + 1)$

c) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n}{3}(4n^2 - 1)$

d) $(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = \frac{n^2}{4}(n + 1)^2$

e) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

f) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

g) $2^{4n} - 1$ es divisible entre 15

h) $2^{2n} + 5$ es divisible entre 3

i) $7^n - 1$ es divisible entre 6

j) $2 * 10^{n+2} + 4 * 10^n + 3$ es divisible entre 9

IV – TEOREMA DEL BINOMIO

1. Efectuar el desarrollo indicado.

a) $(x - 3y)^5$

b) $(z^2 + \sqrt{z})^6$

c) $(1 + x)^4 + (1 - x)^4$

d) $(a + b - c)^3$

2. Escribir y simplificar los primeros cuatro términos del desarrollo de la potencia del binomio.

a) $\left(x + \frac{y}{2}\right)^{1/4}$

b) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^{12}$

c) $(1 + x)^{-2}$

3. Obtener sólo el término o términos indicados en el desarrollo correspondiente.

a) Quinto término de $\left(x + \frac{y}{2}\right)^7$

b) Término central de $\left(\frac{s}{t} + \frac{t}{s}\right)^{10}$

c) Término en a^7 de $\left(\frac{a}{3} + 9b\right)^{10}$

d) Dos términos centrales de $\left(ab + \frac{1}{2}\right)^{11}$

V – TRIGONOMETRÍA

1. Representa gráficamente los siguientes ángulos e indica respectivamente el signo de las funciones seno y coseno evaluadas en ellos. Indique cuando sea cero y exprese los ángulos en radianes o en grados según corresponda.

a) $\theta = 30^\circ$ b) $\theta = \frac{\pi}{3}$ c) $\theta = \frac{5\pi}{6}$ d) $\theta = 210^\circ$ e) $\theta = 315^\circ$

2. Hallar las seis funciones trigonométricas del $\angle AOB$ agudo, formado por segmentos AO y OB a partir de los puntos. Calcular los ángulos interiores del $\triangle AOB$.

a) $A(3,0)$, $O(0,0)$ y $B(3,4)$.

b) $A(-2,0)$, $O(0,0)$ y $B(-2,1)$.

3. Simplifique las siguientes expresiones.

a) $\sin \theta \cot \theta \sec \theta$ b) $\frac{\sec^2 \theta - 1}{\sin^2 \theta}$ c) $\sin \theta (\csc \theta - \sin \theta)$

4. Reduce las siguientes expresiones usando la sustitución trigonométrica indicada.

a) $\sqrt{9 - x^2}$, para $x = 3 \sin \theta$

b) $(25 + x^2)^{\frac{5}{2}}$, para $x = 5 \tan \theta$

5. Trazar dos períodos de la gráfica de:

a) $y = \cos 2x$ b) $y = 2 \sin x$ c) $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

6. Expresar como un solo término:

a) $\cos 30^\circ \cos 15^\circ - \sin 30^\circ \sin 15^\circ$ b) $4(\sin 15^\circ \cos^3 15^\circ - \sin^3 15^\circ \cos 15^\circ)$

7. Resolver las ecuaciones para $0 \leq \theta < 2\pi$. Compruebe las soluciones.

a) $\cos 2\theta = 1 - 4 \sin 2\theta$ b) $2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta = 2$

8. Comprobar la siguiente identidad:

$$\sqrt{\sin \theta} \sqrt{\left(\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cos 2\theta\right)} = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

VI – NÚMEROS COMPLEJOS

1. Efectúa las operaciones indicadas y expresa el resultado en forma canónica.
 - a) $\sqrt{-4} - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$
 - b) $(4 - 3i)(3 + 4i)$
 - c) $(\sqrt{3} + i)^6$, usando el teorema del binomio.
2. Simplifique.
 - a) i^{2020}
 - b) $i^6(1 - i)^2$
 - c) $\frac{2i^3}{2-i}$
3. Demuestre que los números complejos: $-1/2 + \sqrt{3}/2i$ y $-1/2 - \sqrt{3}/2i$, son raíces cúbicas de la unidad.
4. Escribir los siguientes números complejos en forma polar.
 - a) $3i$
 - b) $-2 + 2i$
 - c) $-i - \sqrt{3}$
5. Usar el teorema de De Moivre para calcular las potencias indicadas, reflejando el resultado en forma rectangular.
 - a) $(-1 + i)^6$
 - b) $[2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)]^4$
 - c) $\left[2^{1/4}(\cos 5\pi/6 + i \sin 5\pi/6)\right]^8$
6. Utilizar el teorema de De Moivre para obtener las raíces indicadas en forma polar. Si el ángulo es notable, representar en forma rectangular y representar gráficamente las raíces.
 - a) $(4 - 4i)^{1/5}$
 - b) $(-64)^{1/6}$
 - c) $(16i)^{1/4}$

VII – PROGRESIONES

1. Escribir los 5 primeros términos de la progresión aritmética para:
 - a) $a_1 = x + 1, d = 2x + 3$
 - b) $a_1 = -1/2, d = 1/3$
2. Hallar a_n y S_n en las progresiones dadas, para el número de términos indicados.
 - a) $-3, -1, 1, \dots$ hasta 11 términos.
 - b) $10, 9, 8, \dots$ hasta 25 términos.
 - c) $3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, \dots$ hasta 15 términos.
3. Interpolar siete medios aritméticos entre 5 y 1; y dos medios aritméticos entre $1 + \sqrt{2}$ y $1 - 2\sqrt{2}$.
4. Dados 3 de los 5 elementos de una progresión geométrica, hallar los dos restantes.
 - a) $a_n = 729, r = 3, S_n = 1093$
 - b) $n = 6, r = 1/4, a_1 = 16$
 - c) $a_1 = 2, a_{10} = -1024, n = 10$
5. Interpolar 4 medios geométricos entre $1/9$ y -27 ; y tres medios geométricos entre 2 y 8.
6. Hallar la fracción común equivalente:
 - a) $2.\overline{54}$
 - b) $3.\overline{201}$
 - c) $7.\overline{13}$
7. Calcular la suma de la progresión geométrica infinita, y determinar los valores de "x" para los cuáles converge.
 - a) $\frac{1}{x}, \frac{2}{x^2}, \frac{4}{x^3}, \dots$
 - b) $\frac{3}{(x+1)}, \frac{9}{(x+1)^2}, \frac{27}{(x+1)^3}, \dots$
8. Determinar los valores de a y b , conociendo que " $a, 4, b$ " están en progresión aritmética y " $b, 3, a$ " están en progresión armónica.

VIII – TEORÍA DE ECUACIONES

1. Usando el teorema del residuo calcular el residuo de la división.

a) $(3x^5 - x^4 + 2x^3 + 6x - 3) \div (x - 1/3)$

b) $(2x^5 - 9x^3 + 3x^2 + 8) \div (x - 2)$

2. Usando el teorema del factor, verificar si la primera expresión es factor de la segunda.

a) $2x - 5; 2x^3 + 3x^2 - 12x - 20$

b) $3x - 3; x^4 + 2x^3 - 2x - 1$

3. Usando división sintética obtener el cociente y el residuo al dividir:

a) $(4x^3 - 3x^2 - x + 7) \div (x + 4)$

b) $(x^5 - 3x^2 + 12x - 8) \div (2x + 1)$

4. Use la regla de los signos de descartes para hallar toda la información posible de la ecuación dada.

a) $2x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 9x^2 + 7x - 2 = 0$

b) $x^7 + 2x^5 - 3x^4 + 8x^3 - 9x = 0$

c) $x^7 - 1 = 0$

5. Comprobar la raíz dada, y encontrar el resto.

a) $x^3 - 4x^2 + 14x - 20 = 0; 1 + 3i$

b) $x^3 - 6x^2 + 7x + 4 = 0; 1 - \sqrt{2}$

6. Construir la ecuación de menor grado con coeficientes reales, con las raíces:

a) $1; 3; 1 + 2i$ b) $-2; 1 - i$ c) $2 - i; 2i$

7. Hallar todas las raíces de la ecuación dada.

a) $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 12x - 36 = 0$

b) $3x^5 + 5x^4 + x^3 + 5x^2 - 2x = 0$

c) $x^6 + 1 = 0$